

Diseño y análisis de estructura de apoyo para moldes de inyección

Design and analysis of support structure for injection molds

GUANDULAY-ALCÁZAR, Miguel Ángel †*, FERRER-ALMARAZ, Miguel Ángel, LEDESMA-JAIME, Reynaldo y RAMOS LÁZARO, Gabriela

Universidad Tecnológica del Suroeste de Guanajuato, Carretera Valle de Santiago-Huamimaro Kilómetro 1.2, 20 de Noviembre, 38400 Valle de Santiago, Gto.

ID 1^{er} Autor: *Miguel Ángel, Guandulay-Alcázar* / ORC ID: 0000-0002-8831-9547, Researcher ID Thomson: S-6750-2018, CVU CONACYT ID: 443671

ID 1^{er} Coautor: *Miguel Ángel, Ferrer-Almaraz* / ORC ID: 0000-0003-4913-4010, Researcher ID Thomson: S-6969-2018, CVU CONACYT ID: 342076

ID 2^{do} Coautor: *Reynaldo, Ledesma-Jaime* / ORC ID: 0000-0001-9484-3305, Researcher ID Thomson: S-6786-2018, CVU CONACYT ID: 165239

ID 3^{er} Coautor: *Gabriela, Ramos Lázaro* / ORC ID: 0000-0002-8827-3948, Researcher ID Thomson: S-7730-2018, CVU CONACYT ID: 439753

Recibido: 03 de Enero, 2018; Aceptado 07 de Marzo, 2018

Resumen

En este trabajo de investigación, se realizó el diseño de una estructura como un complemento adicional para las bases existentes que se utilizan para acomodar los moldes de inyección antes de ser llevados a las máquinas inyectoras, o en su caso para hacerles el mantenimiento correspondiente, todo esto fue porque las bases existentes fueron diseñadas para un modelo único de molde de inyección. Para diseñar la estructura se basó en los siguientes criterios, que tenga un peso mínimo de 98.1 N, que soporte una carga de 30 toneladas, un factor de seguridad mínimo de 2, que sea una estructura soldada y fácil de montar y desmontar. Para la validación del diseño en cuanto a esfuerzos y deformaciones originados por la carga a soportar, primeramente se hizo un análisis analítico por el método de elemento finito (MEF) y estos resultados fueron corroborados en una simulación de un software CAD, teniendo resultados satisfactorios con un factor de seguridad en el método analítico de 2.8 y en la simulación de 3.3, cumpliendo así con los requisitos establecidos y garantizando la factibilidad.

Estructura, Molde de inyección, Bases

Abstract

In this research work, the design of a structure was made as an additional complement to the existing bases that are used to accommodate the injection molds before being taken to the injection machines, or in their case to do the corresponding maintenance, all this was because the existing bases were designed for a single injection mold model. To design the structure was based on the following criteria, which have a minimum weight of 98.1 N, which supports a load of 30 tons, a minimum safety factor of 2, which is a welded structure and easy to assemble and disassemble. For the validation of the design in terms of stresses and deformations caused by the load to be supported, first an analytical analysis was done by the finite element method (FEM) and these results were corroborated in a CAD software simulation, having satisfactory results with a factor of safety in the analytical method of 2.8 and in the simulation of 3.3, thus fulfilling the established requirements and guaranteeing the factibility of the design.

Structure, injection mold, bases

Citación: GUANDULAY-ALCÁZAR, Miguel Ángel, FERRER-ALMARAZ, Miguel Ángel, LEDESMA-JAIME, Reynaldo y RAMOS LÁZARO, Gabriela. Diseño y análisis de estructura de apoyo para moldes de inyección. Revista de Tecnologías en Procesos Industriales. 2018. 2-2: 15-23

* Correspondencia del Autor (correo electrónico: maguandulay@utsoe.edu.mx)

† Investigador contribuyendo como primer autor.

Introducción

Los procesos de fundición se dividen en dos categorías, con base en el tipo de molde: 1) moldes desechables y 2) moldes permanentes. En las operaciones de fundición con un molde desechable, debe sacrificarse éste con objeto de retirar la pieza fundida. Como para cada fundido se requiere un molde nuevo, es frecuente que las tasas de producción con procesos de moldes desechables estén limitadas por el tiempo que se requiere para hacer el molde, más que por el que se necesita para el fundido en sí. Sin embargo, para ciertas formas de las piezas, los moldes de arena pueden producirse y hacerse los fundidos a tasas de 400 piezas por hora y aún más. En los procesos de fundición con moldes permanentes, se fabrica el molde con metal (u otro material duradero) y se emplea muchas veces para elaborar fundidos numerosos. En consecuencia, estos procesos tienen una ventaja natural en términos de tasas de producción. [1]

La desventaja económica de cualquiera de los procesos con molde desechable es que se requiere uno nuevo para cada fundido. En la fundición con molde permanente, el molde se reutiliza muchas veces. En esta sección se trata la fundición con moldes permanentes como el proceso básico del grupo de procesos de fundido que emplean moldes de metal susceptibles de volver a emplearse; otros procesos del grupo son la fundición a troquel y la fundición centrífuga. [1]

La fundición con moldes permanentes usa un molde de metal construido con dos secciones diseñadas para tener facilidad de apertura y cierre. Es común que estos moldes estén hechos de acero o hierro fundido. La cavidad, con el sistema de paso incluido, se maquina en las dos mitades para proporcionar dimensiones exactas y buen acabado de la superficie. En la Figura 1 se muestra la etapa de fundidos con moldes permanentes. [1] Los metales que es común fundir en moldes permanentes son aluminio, magnesio, aleaciones a base de cobre y hierro colado. Sin embargo, el hierro colado requiere una temperatura de vertido elevada, de 1 250 °C a 1 500 °C (2 300 °F a 2 700 °F), que tiene un efecto grande en la vida del molde. Las temperaturas de vertido muy altas del acero hacen que los moldes permanentes no sean apropiados para este metal, a menos que el molde se fabrique con material refractario. [1]

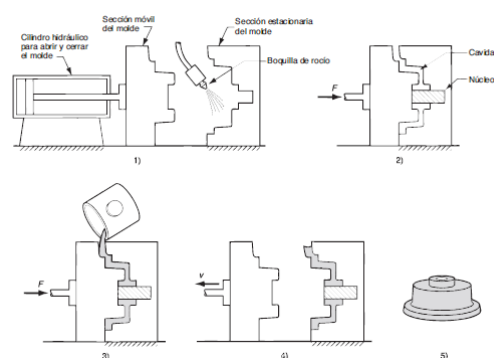


Figura 1 Etapas del fundido con moldes permanentes: 1) se precalienta y recubre el molde, 2) se insertan los núcleos (si os hay) y se cierra el molde, 3) se vierte metal derretido en el molde y 4) se abre el molde. La pieza terminada se presenta en 5). [1]

En la Figura 1 se describe el proceso básico de fundición con moldes permanentes.

En la preparación del fundido, primero se precalienta el molde y se rocían uno o más recubrimientos sobre la cavidad. El precalentamiento facilita que el metal fluya a través del sistema de paso y hacia la cavidad. Los recubrimientos ayudan a disipar el calor y lubrican las superficies del molde para que sea más fácil la separación del producto fundido.

Después del vertido, tan pronto como se solidifica el metal, se abre el molde y se retira el fundido. A diferencia de los moldes desechables, los permanentes no se colapsan, por lo que deben abrirse antes de que ocurra una contracción apreciable por el enfriamiento a fin de impedir la formación de grietas en el fundido.

Las ventajas de la fundición con moldes permanentes incluyen buen acabado de la superficie y control dimensional estrecho, como ya se dijo. Además, la solidificación más rápida ocasionada por el molde metálico da como resultado una estructura de grano más fina, por lo que se producen fundidos más fuertes.

El proceso se limita por lo general a metales con puntos de fusión bajos. Otras limitaciones son que las formas de las piezas son más sencillas, en comparación con las de la fundición con arena (debido a la necesidad de abrir el molde), y lo caro del molde. Debido a que el costo del molde es elevado, el proceso se adapta mejor a una producción elevada y se puede automatizar en consecuencia. Los productos comunes incluyen pistones de automóviles, cuerpos de bombas y ciertos fundidos para aeronaves y misiles.

Justificación

En la actualidad existen nuevos modelos de moldes de inyección, esto hace a que las geometrías de éstos sean diferentes a los primeros modelos, por ende, al momento de posicionarlos sobre la base de cara plana, el centro de masa no queda completamente distribuida, ocasionando problemas de inseguridad, por tal motivo se propone la alternativa del diseño de una base estructural como complemento a las bases existentes y no tener que hacer todo el análisis de una nueva base.

Objetivo General

Diseñar y analizar nuevas bases para moldes con diferentes configuraciones y que puedan soportar una carga de 30 toneladas.

Marco Teórico

El acero como material estructural

La supuesta perfección de este metal, tal vez el más versátil de todos los materiales estructurales, parece más razonable cuando se considera su gran resistencia, poco peso, facilidad de fabricación y otras propiedades convenientes [2]. Esta y otras ventajas del acero se analizan a continuación.

Alta resistencia

La alta resistencia del acero por unidad de peso implica que será relativamente bajo el peso de las estructuras; esto es de gran importancia en puentes de grandes claros, en edificios altos y en estructuras con condiciones deficientes en cimentación.

Uniformidad

Las propiedades del acero no cambian apreciablemente con el tiempo, como es el caso de las estructuras de concreto reforzado.

Elasticidad

El acero se acerca más en su comportamiento a las hipótesis de diseño que la mayoría de los materiales, debido a que sigue la ley de Hooke hasta esfuerzos bastante altos. Los momentos de inercia de un acero se pueden calcular exactamente, en tanto que los valores obtenidos para una estructura de concreto reforzado son relativamente imprecisos.



Figura 2 Montaje de viguetas de acero. [1]

Durabilidad

Si el mantenimiento de las estructuras de acero dura indefinidamente. Investigaciones realizadas en los aceros modernos, indican que bajo ciertas condiciones no se requiere ningún mantenimiento a base de pintura.

Ductilidad

La ductilidad es la propiedad que tiene un material para soportar grandes deformaciones sin fallar bajo esfuerzos de tensión altos. Cuando se prueba a tensión un acero dulce o con bajo contenido de carbono, ocurre una reducción considerable de la sección transversal y un gran alargamiento en el punto de falla, antes de que se presente la fractura. Un material que no tenga esta propiedad es inaceptable y probablemente será duro y frágil y se romperá al someterlo a un golpe repentino.

En miembros estructurales sometidos a cargas normales se desarrollan altas concentraciones de esfuerzos en varios puntos.

La naturaleza dúctil de los aceros estructurales comunes les permite fluir localmente en estos puntos, evitándose fallas prematuras. Una ventaja adicional de las estructuras dúctiles es que, al sobrecargarlas, sus grandes flexiones ofrecen evidencias visibles de la inminencia de la falla.

Tenacidad

Los aceros estructurales son tenaces, es decir, poseen resistencia y ductilidad. Un miembro de acero cargado hasta que se presentan grandes deformaciones será aun capaz de resistir grandes fuerzas.

Ésta es una característica muy importante porque implica que los miembros de acero pueden someterse a grandes deformaciones durante su fabricación y montaje, sin fracturarse, siendo posible doblarlos, martillarlos, cortarlos y taladrarlos sin daño aparente. La propiedad de un material para absorber energía en grandes cantidades se denomina tenacidad.

Desarrollo

Análisis del problema

Para enfocar mejor el problema, en la Figura 3 se muestra la situación insegura del molde ya que no hay apoyo total del molde sobre la base. El diseño de la estructura que se propone es para cubrir la separación que hay entre la base y el molde que es de 19 cm, y con esto el molde quedará completamente montado sobre la base.

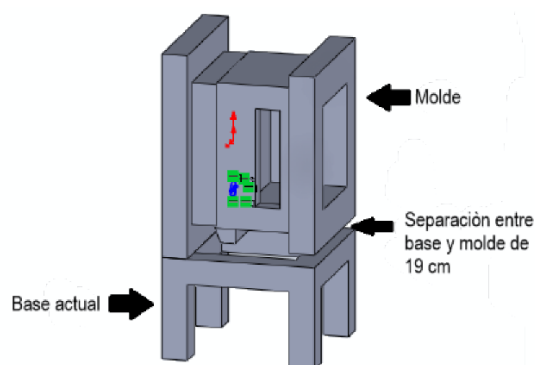


Figura 3 Condición insegura del molde

Diseño conceptual de la estructura

Para solucionar este problema se desarrollaron varios diseños.

El primer diseño pensado fue un par de cuadrados con arreglos para poder cumplir con el peso y la facilidad de montar y desmontar. Éstos tenían una medida de 19 x19 cm como se muestra en la Figura 4

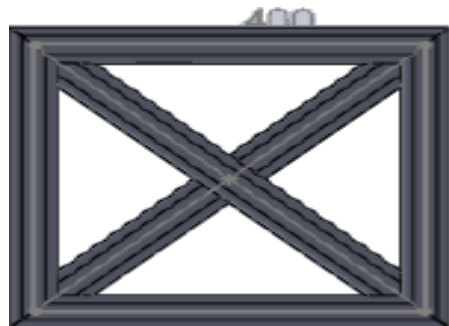


Figura 4 Primer diseño propuesto

El segundo diseño es un bloque con mayor superficie que ayude a distribuir las fuerzas al tener mayor superficie de contacto, Figura 5, está hecha de estructura ya que se busca que sea ligera y no sea una pieza sólida.



Figura 5 Segundo diseño propuesto

El tercer diseño está basado en el segundo pero esta vez buscando darle más estabilidad al mismo y distribuir mejor las cargas, para esto, se le colocan arreglos triangulares para evitar el pandeo, como se muestra en la Figura 6.

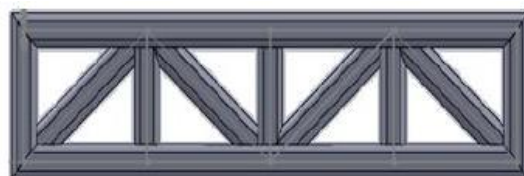


Figura 6 Tercer diseño propuesto.

Selección del diseño

Se selecciona el tercer diseño el cual cumple ciertas restricciones como, peso y mayor resistencia comparada con los diseños anteriores, como se muestra en la Figura 7, misma que tiene que ser bajo en costo y debe ser soldada, por lo tanto se pretende utilizar acero estructural A 36 ya que tiene una soldabilidad excelente.

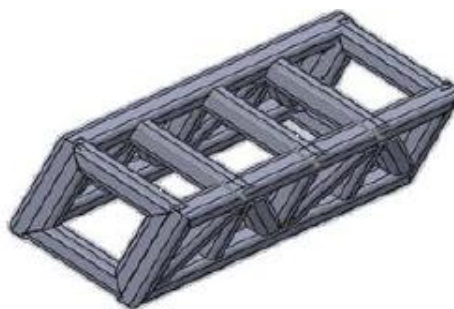


Figura 7 Diseño seleccionado.

Para el análisis de la estructura se hizo tomando en cuenta dos posibles materiales, el primero implementado un ángulo con un espesor de 5/16 y un ancho de dos pulgadas, y el segundo con un cuadrado PTR con 3 pulgadas de ancho y 0.156 de espesor.

Memoria del cálculo y de resistencia

Para la memoria de cálculos se elaboró la malla de la estructura, Figura 8, donde se puede apreciar los elementos y los nodos que la conforman.

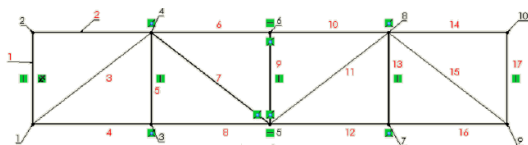


Figura 8 Visualización de nodos y elementos de la estructura.

Los nodos (enumerados de color negro) son el punto donde es posible conectar o ensamblar varios elementos (enumerados de color rojo) sobre estos se aplica las condiciones de fronteras (fuerza, temperatura, etc.).

Elemento	Nodos	LE	Area
1	1 2	0.19	0.00102
2	2 4	0.25	0.00102
3	1 4	0.314	0.00102
4	1 3	0.25	0.00102
5	3 4	0.19	0.00102
6	4 6	0.25	0.00102
7	4 5	0.314	0.00102
8	3 5	0.25	0.00102
9	5 6	0.19	0.00102
10	6 8	0.25	0.00102
11	5 8	0.314	0.00102
12	5 7	0.25	0.00102
13	7 8	0.19	0.00102
14	8 10	0.25	0.00102
15	8 9	0.314	0.00102
16	7 9	0.25	0.00102
17	9 10	0.19	0.00102

Tabla 1 Tabla de conectividad

La Tabla 1 muestra la conectividad de los nodos y elementos que conforman la estructura de la Figura 8, las filas en color amarillo representa los nodos 2, 4, 6 y 10 donde estarán aplicadas las cargas.

Por las dimensiones (longitud de las tablas) se mostraran en dos partes.

Continuidad de la Tabla 1

Angulo	L	M	L^2	M^2
90	6.13E-17	1	3.75E-33	1
360	1	-2.5E-16	1	6.00395E-32
37.22	0.796319	0.604877	0.634124	0.36587633
360	1	-2.5E-16	1	6.00395E-32
90	6.13E-17	1	3.75E-33	1
360	1	-2.5E-16	1	6.00395E-32
322.77	0.796213	-0.60502	0.633956	0.366044474
360	1	-2.5E-16	1	6.00395E-32
90	6.13E-17	1	3.75E-33	1
360	1	-2.5E-16	1	6.00395E-32
37.22	0.796319	0.604877	0.634124	0.36587633
360	1	-2.5E-16	1	6.00395E-32
90	6.13E-17	1	3.75E-33	1
360	1	-2.5E-16	1	6.00395E-32
322.77	0.796213	-0.60502	0.633956	0.366044474
360	1	-2.5E-16	1	6.00395E-32
90	6.13E-17	1	3.75E-33	1

Continuidad de la Tabla 1

LM	-L^2	-M^2	-LM
6.126E-17	-3.8E-33	-1	-6.1E-17
-2.45E-16	-1	-6E-32	2.45E-16
0.481675	-0.63412	-0.36588	-0.48168
-2.45E-16	-1	-6E-32	2.45E-16
6.126E-17	-3.8E-33	-1	-6.1E-17
-2.45E-16	-1	-6E-32	2.45E-16
-0.4817218	-0.63396	-0.36604	0.481722
-2.45E-16	-1	-6E-32	2.45E-16
6.126E-17	-3.8E-33	-1	-6.1E-17
-2.45E-16	-1	-6E-32	2.45E-16
0.481675	-0.63412	-0.36588	-0.48168
-2.45E-16	-1	-6E-32	2.45E-16
6.126E-17	-3.8E-33	-1	-6.1E-17
-2.45E-16	-1	-6E-32	2.45E-16
-0.4817218	-0.63396	-0.36604	0.481722
-2.45E-16	-1	-6E-32	2.45E-16
6.126E-17	-3.8E-33	-1	-6.1E-17

A continuación se realiza un análisis de elemento finito de forma analítica para determinar las deformaciones, esfuerzo y el factor de seguridad de la estructura, para esto es necesario hacer una tabla de senos y cosenos directores, dependiendo del ángulo entre los elementos se calcula el coseno (M) y el seno (L), como se muestra en la Tabla 2. De igual manera ésta se muestra por partes.

Angulo	L	M	L^2	M^2
90	6.12574E-17	1	3.75247E-33	1
360	1	-2.4503E-16	1	6.00395E-32
37.22	0.796318825	0.604877119	0.63412367	0.36587633
360	1	-2.4503E-16	1	6.00395E-32
90	6.12574E-17	1	3.75247E-33	1
360	1	-2.4503E-16	1	6.00395E-32
322.77	0.796213241	-0.605016094	0.63395526	0.366044474
360	1	-2.4503E-16	1	6.00395E-32
90	6.12574E-17	1	3.75247E-33	1
360	1	-2.4503E-16	1	6.00395E-32
37.22	0.796318825	0.604877119	0.63412367	0.36587633
360	1	-2.4503E-16	1	6.00395E-32
90	6.12574E-17	1	3.75247E-33	1
360	1	-2.4503E-16	1	6.00395E-32
322.77	0.796213241	-0.605016094	0.63395526	0.366044474
360	1	-2.4503E-16	1	6.00395E-32
90	6.12574E-17	1	3.75247E-33	1

Tabla 2 Cosenos y senos directores

Continuidad de la Tabla 2

LM	-L^2	-M^2	-LM
6.12574E-17	-3.75247E-33	-1	-6.12574E-17
-2.4503E-16	-1	-6.00395E-32	2.4503E-16
0.481675037	-0.63412367	-0.36587633	-0.481675037
-2.4503E-16	-1	-6.00395E-32	2.4503E-16
6.12574E-17	-3.75247E-33	-1	-6.12574E-17
-2.4503E-16	-1	-6.00395E-32	2.4503E-16
-0.481721825	-0.63395526	-0.366044474	0.481721825
-2.4503E-16	-1	-6.00395E-32	2.4503E-16
6.12574E-17	-3.75247E-33	-1	-6.12574E-17
-2.4503E-16	-1	-6.00395E-32	2.4503E-16
0.481675037	-0.63412367	-0.36587633	-0.481675037
-2.4503E-16	-1	-6.00395E-32	2.4503E-16
6.12574E-17	-3.75247E-33	-1	-6.12574E-17
-2.4503E-16	-1	-6.00395E-32	2.4503E-16
-0.481721825	-0.63395526	-0.366044474	0.481721825
-2.4503E-16	-1	-6.00395E-32	2.4503E-16
6.12574E-17	-3.75247E-33	-1	-6.12574E-17

Recordando la matriz local de coordenadas como se muestra en la ecuación 1.

$$K_e = \frac{E_e}{l} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \\ l^2 & lm & -l^2 & -lm \\ lm & m^2 & -lm & -m^2 \\ -l^2 & -lm & l^2 & lm \\ -lm & -m^2 & lm & m^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sustituyendo los valores de la Tabla 2 en la ecuación 1, esto se hará para cada uno de los elementos, por lo cual se tendrán varias matrices, como se muestra en la Tabla 3, estas se empalmarán para desarrollar la matriz global de rigidez mostrada en la Tabla 4.

K1 = 1073684211	0	0	0	0
	0	1	0	-1
	0	0	0	0
	0	-1	0	1
K2 = 81600000	1	0	-1	0
	0	0	0	0
	-1	0	1	0
	0	0	0	0
K3 = 57627118.64	0.63412367	0.232010841	-0.63412367	-0.23205592
	0.232010841	0.36587633	-0.23201084	-0.36587633
	-0.63412367	-0.23201084	0.63412367	0.232010841
	-0.232010841	-0.36587633	0.232010841	0.36587633
K4 = 81600000	1	0	-1	0
	0	0	0	0
	-1	0	1	0
	0	0	0	0
K5 = 1073684211	0	0	0	0
	0	1	0	-1
	0	0	0	0
	0	-1	0	1

Tabla 3 Matrices locales

En la Tabla 3.1 se muestra el resultado de la operación de cada una de las matrices locales.

X1	Y1	X2	Y2
0	0	0	0
0	1.07E+08	0	-107368421
0	0	0	0
0	-1.07E+08	0	107368421.1
X2	Y2	X4	Y4
81600000	0	-81600000	0
0	0	0	0
-81600000	0	81600000	0
0	0	0	0
X1	Y1	X4	Y4
36542719.99	13370116	-36542720	-13372713.9
13370116.26	21084399	-13370116.3	-21084398.7
-36542720	-13370116	36542719.99	13370116.26
-13370116.3	-21084399	13370116.26	21084398.65
X1	Y1	X3	Y3
81600000	0	-81600000	0
0	0	0	0
-81600000	0	81600000	0
0	0	0	0
X3	Y3	X4	Y4
0	0	0	0
0	1.07E+08	0	-107368421
0	0	0	0
0	-1.07E+08	0	107368421.1

Tabla 3.1 Resultado de cada matriz local

	X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5	X6
X1	1.23E+08	3129337	-4E-25	-6.6E-09	-8.2E+07	2E-08	-4.1E+07	-3.1E+07	0	0	0
Y1	3129337	1.31E+08	-6.6E-09	-1.1E+08	2E-08	-4.9E-24	-3.1E+07	-2.4E+07	0	0	0
X2	-4E-25	-6.6E-09	81600000	-1.3E-08	0	0	-8.2E+07	2E-08	0	0	0
Y2	-6.6E-09	-1.1E+08	-1.3E-08	1.07E+08	0	0	2E-08	-4.9E-24	0	0	0
X3	-8.2E+07	2E-08	0	0	1.63E+08	-3.3E-08	-4E-25	-6.6E-09	-8.2E+07	2E-08	0
Y3	2E-08	-4.9E-24	0	0	-3.3E-08	1.07E+08	-6.6E-09	-1.1E+08	2E-08	-4.9E-24	0
X4	-4.1E+07	-3.1E+07	-8.2E+07	2E-08	-4E-25	-6.6E-09	2.46E+08	-3039.77	-4.1E+07	31296577	-5.2E+07
Y4	-3.1E+07	23770309	2E-08	-4.9E-24	-6.6E-09	-1.1E+08	-3039.77	1.55E+08	31296577	-2.4E+07	2E-08
X5	0	0	0	0	-8.2E+07	2E-08	-4.1E+07	31296577	2.46E+08	-3039.77	-4E-25
Y5	0	0	0	0	2E-08	-4.9E-24	31296577	-2.4E+07	-3039.77	1.55E+08	-6.6E-09
X6	0	0	0	0	0	0	-8.2E+07	2E-08	-4E-25	-6.6E-09	1.63E+08
Y6	0	0	0	0	0	0	2E-08	-4.9E-24	-6.6E-09	-1.1E+08	-3.3E-08
X7	0	0	0	0	0	0	0	0	-8.2E+07	2E-08	0
Y7	0	0	0	0	0	0	0	0	2E-08	-4.9E-24	0
X8	0	0	0	0	0	0	0	0	-4.1E+07	3.1E+07	-8.2E+07
Y8	0	0	0	0	0	0	0	0	-3.1E+07	23770309	2E-08
X9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Y6	X7	Y7	X8	Y8	X9	Y9	X10	Y10
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
2E-08	0	0	0	0	0	0	0	0
-4.9E-24	0	0	0	0	0	0	0	0
-5.6E-09	-8.2E+07	2E-08	-4.1E+07	-3.1E+07	0	0	0	0
-1.1E+08	2E-08	-4.9E-24	-3.1E+07	-2.4E+07	0	0	0	0
-3.3E-08	0	0	-8.2E+07	2E-08	0	0	0	0
1.07E+08	0	0	2E-08	-4.9E-24	0	0	0	0
0	1.63E+08	-3.3E-08	-4E-25	-6.6E-09	-8.2E+07	1.99944E-08	0	0
0	-3.3E-08	1.07E+08	-6.6E-09	-1.1E+08	2E-08	-4.89923E-24	0	0
2E-08	-4E-25	-6.6E-09	2.46E+08	-3039.77	-4.1E+07	31296577.15	-81600000	1.99944E-08
-4.9E-24	-6.6E-09	-1.1E+08	-3039.77	1.55E+08	31296577	-23781233.35	1.99944E-08	-4.89923E-24
0	-8.2E+07	2E-08	-4.1E+07	31296577	1.23E+08	-31296577.15	-4.02897E-25	-6.5771E-09
0	2E-08	-4.9E-24	31296577	-2.4E+07	-3.1E+07	131149654.4	-6.5771E-09	-107368421.1
0	0	0	-8.2E+07	2E-08	-4E-25	-6.5771E-09	81600000	-1.34173E-08
0	0	0	2E-08	-4.9E-24	-6.6E-09	-107368421.1	-1.34173E-08	107368421.1

Tabla 4 Matriz global de rigidez

La matriz reducida (Tabla 5) es el resultado de eliminar las filas y las columnas de los apoyos, dependiendo del tipo de apoyo se eliminan las filas, por ejemplo, en un apoyo fijo se eliminarán las coordenadas “x, y”, en un apoyo de rodillo se eliminará únicamente la coordenada “y”.

81600000	-1.3E-08	0	0	-8.2E+07	2E-08	0	0
-1.3E-08	1.07E+08	0	0	2E-08	-4.9E-24	0	0
0	0	163200000	-3.3E-08	-4E-25	-6.6E-09	-8.2E+07	2E-08
0	0	-3.34117E-08	1.07E+08	-6.6E-09	-1.1E+08	2E-08	-4.9E-24
-8.2E+07	2E-08	-4.02897E-25	-6.6E-09	2.46E+08	-3039.77	-4.1E+07	31296577
2E-08	-4.9E-24	-6.5771E-09	-1.1E+08	-3039.77	1.55E+08	31296577	-2.4E+07
0	0	-81600000	2E-08	-4.1E+07	31296577	2.46E+08	-3039.77
0	0	1.99944E-08	-4.9E-24	31296577	-2.4E+07	-3039.77	1.55E+08
0	0	0	0	-8.2E+07	2E-08	-4E-25	-6.6E-09
0	0	0	0	2E-08	-4.9E-24	-6.6E-09	-1.1E+08
0	0	0	0	0	0	-8.2E+07	2E-08
0	0	0	0	0	0	2E-08	-4.9E-24
0	0	0	0	0	0	-4.1E+07	3.1E+07
0	0	0	0	0	0	-3.1E+07	23770309
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
-81600000	2E-08	0	0	0	0	0	0
1.999E-08	-4.9E-24	0	0	0	0	0	0
-4.029E-25	-6.6E-09	-8.2E+07	2E-08	-4.1E+07	-3.1E+07	0	0
-6.577E-09	-1.1E+08	2E-08	-4.9E-24	-3.1E+07	-2.4E+07	0	0
163200000	-3.3E-08	0	0	-8.2E+07	2E-08	0	0
-3.341E-08	1.07E+08	0	0	2E-08	-4.9E-24	0	0
0	0	1.63E+08	-3.3E-08	-4E-25	-6.6E-09	-8.2E+07	0
0	0	-3.3E-08	1.07E+08	-6.6E-09	-1.1E+08	2E-08	0
-81600000	2E-08	-4E-25	-6.6E-09	2.46E+08	-3039.77	-4.1E+07	-8.2E+07
1.999E-08	-4.9E-24	-6.6E-09	-1.1E+08	-3039.77	1.55E+08	31296577	-2.4E+07
0	0	-8.2E+07	2E-08	-4.1E+07	31296577	1.23E+08	-4E-25
0	0	0	-8.2E+07	2E-08	-4E-25	81600000	-1.3E-08
0	0	0	2E-08	-4.9E-24	-6.6E-09	-1.3E-08	1.07E+08

Tabla 5 Matriz reducida

Posterior a la matriz reducida se calcula la matriz inversa, Tabla 6, el producto de ésta con la matriz de carga se obtiene los desplazamientos de los nodos de la estructura Figura 8.

3,21E-08	3,17E-25	7,27E-09	-1,3E-08	1,98E-08	-1,3E-08	1,45E-08	-7E-09	1,75E-08
3,17E-25	9,31E-09	-4,5E-25	8,01E-25	-1,2E-24	8,01E-25	-8,9E-25	4,31E-25	-1,1E-24
7,65E-09	-4,7E-25	1,19E-08	-9,1E-09	7,65E-09	-9,1E-09	1,15E-08	-3E-09	8,42E-09
-1,4E-08	8,63E-25	-8,6E-09	5,02E-08	-1,4E-08	4,09E-08	-1,7E-08	1,71E-08	-1,3E-08
1,98E-08	-1,2E-24	7,27E-09	-1,3E-08	1,98E-08	-1,3E-08	1,45E-08	-7E-09	1,75E-08
-1,4E-08	8,63E-25	-8,6E-09	4,09E-08	-1,4E-08	4,09E-08	-1,7E-08	1,71E-08	-1,3E-08
1,53E-08	-9,4E-25	1,15E-08	-1,8E-08	1,53E-08	-1,8E-08	2,3E-08	-6E-09	1,68E-08
-8E-09	4,92E-25	-2E-09	1,58E-08	-8E-09	1,58E-08	-4E-09	2,63E-08	-4E-09
1,68E-08	-1E-24	8,04E-09	-1,1E-08	1,68E-08	-1,1E-08	1,61E-08	-1E-09	2,52E-08
-8E-09	4,92E-25	-2E-09	1,58E-08	-8E-09	1,58E-08	-4E-09	2,63E-08	-4E-09
1,37E-08	-8,4E-25	1,03E-08	-1,3E-08	1,37E-08	-1,3E-08	2,07E-08	1,03E-09	1,76E-08
6,06E-09	-3,7E-25	2,52E-09	-1,5E-08	6,06E-09	-1,5E-08	5,05E-09	-2,2E-08	1,01E-09
1,37E-08	-8,4E-25	8,81E-09	-9,1E-09	1,37E-08	-9,1E-09	1,76E-08	5,04E-09	2,06E-08
6,06E-09	-3,7E-25	2,52E-09	-1,5E-08	6,06E-09	-1,5E-08	5,05E-09	-2,2E-08	1,01E-09
1,22E-08	-7,5E-25	9,18E-09	-8E-09	1,22E-08	-8E-09	1,84E-08	8,1E-09	1,84E-08
1,37E-08	-8,4E-25	8,81E-09	-9,1E-09	1,37E-08	-9,1E-09	1,76E-08	5,04E-09	2,06E-08
-9,3E-26	5,72E-42	2,27E-26	6,39E-26	-9,3E-26	6,39E-26	4,53E-26	1,87E-25	-1,4E-25
-7E-09	1,57E-08	-5E-09	1,53E-08	-5E-09	1,68E-08	1,53E-08	9,52E-26	-4,31E-25
4,31E-25	-9,6E-25	3,07E-25	-9,3E-25	3,07E-25	-1E-24	-9,3E-25	-5,8E-42	-3E-09
1,11E-08	-1E-09	9,19E-09	-1E-09	1,07E-08	9,19E-09	9,34E-26	1,71E-08	-1,8E-08
9,22E-09	-1,2E-08	9,22E-09	-1,2E-08	-1,8E-08	-1,2E-08	-3,7E-25	-7E-09	1,57E-08
-5E-09	1,53E-08	-5E-09	1,68E-08	1,53E-08	9,52E-26	1,71E-08	-1,8E-08	9,22E-09
-1,2E-08	9,22E-09	-1,2E-08	9,22E-09	-1,8E-08	-1,2E-08	-3,7E-25	-6E-09	2,22E-08
-2E-09	1,84E-08	-2E-09	2,14E-08	1,84E-08	1,87E-25	2,63E-08	-6E-09	1,58E-08
1,67E-23	1,58E-08	-8E-09	7,05E-24	-4,9E-25	-1E-09	1,8E-08	-3E-09	1,99E-08
2,14E-08	-3E-09	1,99E-08	2,14E-08	-9,2E-26	3,56E-08	-6E-09	1,58E-08	1,92E-23
1,58E-08	-8E-09	8,72E-24	-4,9E-25	1,03E-09	3,1E-08	-5E-09	2,14E-08	-5E-09
2,91E-08	2,14E-08	4,67E-25	-2,2E-08	-5E-10	2,64E-08	-4E-09	1,71E-08	-6E-09
-4E-09	-4E-09	-1,2E-25	5,04E-09	2,03E-08	-1E-09	2,75E-08	-1E-09	2,3E-08
2,75E-08	-2,8E-25	-2,2E-08	-5E-10	1,71E-08	-4E-09	1,71E-08	-6E-09	-4E-09
-1,2E-25	8,1E-09	2,75E-08	-8E-09	2,45E-08	-8E-09	3,67E-08	2,45E-08	7,47E-25
5,04E-09	2,03E-08	-1E-09	2,75E-08	-1E-09	2,3E-08	3,98E-08	1,25E-24	1,87E-25
4,43E-25	-4,3E-25	-1,8E-25	-4,3E-25	8,42E-25	1,35E-24	9,31E-09		

Tabla 6 Matriz Inversa

Para el cálculo de los desplazamientos es necesario recordar que las fuerzas están aplicadas en los nodos 2, 4, 6, 8 y 10 de la Figura 8.

Conociendo las cargas y teniendo la matriz inversa se puede saber los desplazamientos de la estructura, para ello es necesario el uso de la ecuación 2.

$$F = [K][X] \tag{2}$$

Donde la carga (F) es igual a matriz de rigidez por los desplazamientos (X).

Para encontrar los desplazamientos se despeja el vector [X] de la ecuación 2 y se tiene la ecuación 3.

$$[X] = [K]^{-1}[F] \tag{3}$$

Los desplazamientos ahora dependen del producto de la matriz inversa $[K]^{-1}$ y de la matriz de cargas [F].

En la Tabla 8 se muestra los resultados de multiplicar la matriz inversa por la matriz de cargas.

X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5	X6	Y6
0	14715	0	0	0	14715	0	0	0	14715
-0,0002	0,00014	-0,0001	0,00062	-0,0002	0,00062	-0,0002	0,00031	-0,0002	0,00045
X7	Y7	X8	Y8	X9	X10	Y10			
0	0	0	14715	0	0	14715			
-0,0004	0,00062	-0,0002	0,00062	-0,0005	-0,0002	0,00014			

Tabla 8 Matriz de desplazamientos

Para el cálculo de los esfuerzos se hace uso de la ley de Hooke, ecuación 4.

$$\sigma = E\epsilon \tag{4}$$

El esfuerzo (σ) es igual al producto del módulo de elasticidad (E) por la deformación (ϵ). En la ecuación 5 se muestra la deformación.

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = [-1 \ 1] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Sustituyendo la ecuación 5 en la ecuación 4 se obtiene la ecuación 6.

$$\sigma = E \frac{1}{L} [-1 \ 1] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Para obtener el esfuerzo de la ecuación 6, el módulo de elasticidad E del material es dividido por la longitud L del elemento y multiplicado por el resultado de la multiplicación de matrices de los senos directores y el grado de libertad. En la Figura 9 se muestra un ejemplo del cálculo del esfuerzo para el elemento uno de la Figura 8. Se obtiene que el esfuerzo de este elemento es de, $\sigma = 144264706$ Pascales. Esto se realiza para cada uno de los componentes de la estructura, estos esfuerzos se denominan resistencia requerida, que serán utilizados para el cálculo del factor de seguridad en la ecuación 7.



Figura 9 Esfuerzo del elemento uno.

Si se tiene que evitar una falla estructural, las cargas que una estructura es capaz de soportar deben ser mayores que las cargas a las que se va a someter cuando este en servicio.

Para ello se tiene que tener en cuenta la resistencia real y la resistencia requerida.

La relación de la resistencia real entre la resistencia requerida se llama factor de seguridad, ecuación 7.

$$F. s. n = \frac{\text{Resistencia real}}{\text{Resistencia requerida}} \quad \text{ec. 7}$$

La resistencia real es la del acero seleccionado A36 y es igual 250 MPa.

La resistencia requerida, es la calculada para cada uno de los elementos de la estructura, de la ecuación se encuentra que el esfuerzo mínimo soportado por la estructura es de 89.285 MPa.

Sustituyendo los valores de la resistencia real y la resistencia requerida en la ecuación 7 se tiene el factor de seguridad mínimo de:

$$F. s. n = \frac{250 \text{ MPa.}}{89.285 \text{ MPa.}} = 2.8$$

Resultados

Mediante el análisis matricial desarrollado en Excel, se demuestra que la estructura cumple con el requerimiento establecido por las condiciones de diseño, la cual puede soportar una carga de 30 toneladas y cumpliendo con factor de seguridad mínimo de 2.8 calculado por la ecuación 7. Con un desplazamiento de la estructura de 0.01 mm. Para la validación del diseño y verificación de los cálculos analíticos, se hizo un análisis en Solidworks.

En la Figura 10 se muestra el análisis desarrollado en SolidWorks, en él se puede apreciar la escala del factor de seguridad que va desde el factor mínimo de 1 hasta un factor de seguridad de 10, también se puede apreciar que la mayoría de los elementos se encuentran en color azul marino lo cual indica que tienen un factor de seguridad de 10, también es perceptible la existencia de puntos amarillos los cuales se encuentran en las uniones de los elementos en diagonal, estos puntos indican que se cuenta con un factor de seguridad de 3.3 el cual es el factor de seguridad mínimo. El análisis de este problema de dos maneras (analítico y el uso de CAD) se corroboran los resultados garantizando un diseño viable, Figura 11.

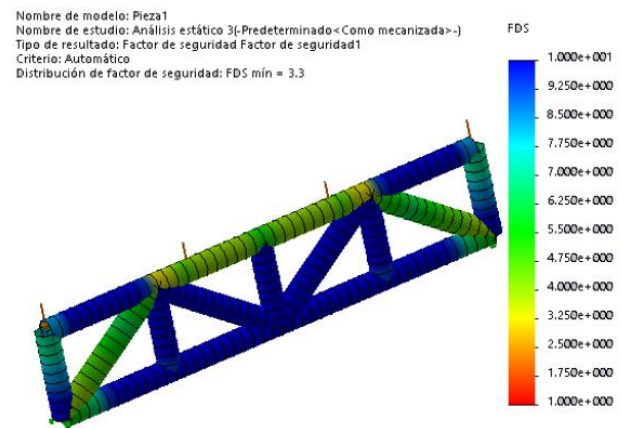


Figura 10 Factor de seguridad en CAD

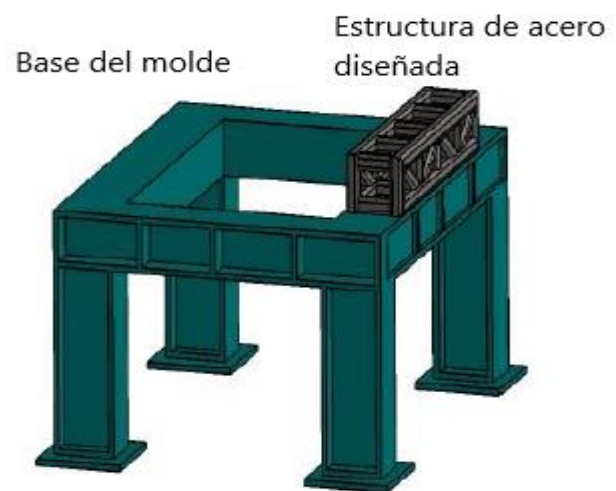


Figura 11 Estructura de acero sobre la base del molde

Conclusiones

La comparación entre los valores obtenidos en Excel y los valores de la simulación por SolidWorks se puede decir que la estructura diseñada es apta para el la carga establecida de 30 toneladas. La deformación mínima experimentada por la estructura es de 0.01 mm, con un factor de seguridad de 3, esto quiere decir que la estructura soporta tres veces la carga. Todas las condiciones de diseño se cumplieron excepto el peso de la estructura que es 68.67 N más pesada que lo establecido, este peso aun es aceptable el cual es fácil de mover la estructura (para montarla y desmontarla de la base del molde).

Referencias

[1] Groover, M. P. (1997). *Fundamentos de manufactura moderna: materiales, procesos y sistemas*. Pearson Educación.

[2] McCormac, J. (2016). *Diseño de estructuras de acero*. Alfaomega Grupo Editor.

[3] Kalpakjian, S., & Schmid, S. R. (2002). *Manufactura, ingeniería y tecnología*. Pearson Educación.

[4] Ambrose, J. (1998). *Análisis y diseño de estructuras*. Limusa.

[5] Ferdinand, P. (1983). BEER & RUSSELL JOHNSTON, Resistencia de Materiales, Editorial Mc. *Graw Hill, México*, 320.

[6] Zienkiewicz, O. C. (1981). *El método de los elementos finitos*. Reverté.

[7] Perazzo, F., Oller, S., Miquel, J., & Onate, E. (2006). Avances en el método de puntos finitos para la mecánica de sólidos.