Revista de Educación Superior
Junio, 2019 Vol.3 No.8 1-11

Diagnóstico de conocimientos previos sobre la parábola en estudiantes universitarios

Diagnosis of previous knowledge about the parabola in university students

PERALTA-GARCÍA, Julia Xochilt†*, ENCINAS-PABLOS, Francisco Javier y CUEVAS-SALAZAR, Omar

Instituto Tecnológico de Sonora. Cd. Obregón Sonora México, 5 de febrero 818 Sur, CP 85000

ID 1er Autor: *Julia Xochilt, Peralta-García* / **ORC ID**: 0000-0002-2598-5825, **CVU CONACYT ID**: 89800

ID 1er Coautor: *Francisco Javier, Encinas-Pablos* / **ORC ID**: 0000-0003-3859-680X, **Researcher ID Thomson**: S-6944-2018, **CVU CONACYT ID**: 947291

ID 3er Coautor: *Omar, Cuevas-Salazar* / **ORC ID**: 0000-0003-0113-0475, Researcher ID Thomson: O-9522-2014, **CVU CONACYT ID**: 257896

DOI: 10.35429/JHS.2019.8.3.1.11 Recibido 24 de Marzo, 2019, Aceptado, 28 de Junio, 2019

Resumen

La finalidad del presente trabajo fue diagnosticar los conocimientos previos de la parábola en alumnos de nuevo ingreso a una universidad, mediante el marco conceptual de las representaciones semióticas de Duval, para desarrollar una propuesta didáctica que mejore su aprendizaje. Para ello, se diseñó un instrumento que permite evaluar si un estudiante comprende las principales características de la parábola en sus diversas representaciones, así como la habilidad para realizar Conversiones entre los registros verbal, algebraico y gráfico. Se aplicó a una muestra de 55 estudiantes de primer semestre de ingeniería antes de recibir instrucción sobre el tema. Se encontró que las actividades de mayor dificultad fueron las de Tratamiento en los registros gráfico y algebraico, mientras que en las actividades de Conversión el menor desempeño se observó del gráfico al algebraico y del verbal al gráfico. Por otra parte, como fortalezas se encontraron las actividades de Tratamiento en el registro verbal, y las Conversiones del gráfico al verbal, del algebraico al gráfico y del verbal al algebraico. Por lo tanto, se diagnosticaron los saberes previos de los estudiantes en los conocimientos de la parábola, lo cual contribuirá a sustentar una propuesta didáctica dirigida a mejorar el aprendizaje del tema.

Diagnóstico, Parábola, Representación Semiótica

Abstract

The purpose of this work was to diagnose previous knowledge of the parabola in freshmen at a university through the conceptual framework of Duval's semiotic representations, in order to develop a didactic proposal that improves their learning. For this purpose, an instrument was designed to assess whether a student understands the main characteristics of the parabola in its various representations, as well as the ability to perform conversions between verbal, algebraic and graphic registers. It was applied to a sample of 55 engineering freshmen before receiving instruction on the topic. It was found that the most difficult treatment activities were the graphic and algebraic records, while in the Conversion activities the lowest performance was observed from the graphic to the algebraic and from the verbal to the graphic. On the other hand, the Treatment activities in the verbal register, and the conversions from the graphic to the verbal, from the algebraic to the graphic and from the verbal to the algebraic were found to be strengths. Therefore, students' prior knowledge of the parabola was diagnosed which will contribute to support a didactic proposal aimed at improving the learning of this topic.

Diagnosis, Parabola, Semiotic Representation

Citación: PERALTA-GARCÍA, Julia Xochilt, ENCINAS-PABLOS, Francisco Javier y CUEVAS-SALAZAR, Omar. Diagnóstico de conocimientos previos sobre la parábola en estudiantes universitarios. Revista de Educación Superior. 2019. 3-8: 1-11

† Investigador contribuyendo como primer autor

Introducción

La utilización de las matemáticas en ingeniería es de vital importancia, debido a sus aplicaciones en diversas industrias como la electrónica, la eléctrica, la cibernética, la construcción y los sistemas productivos e industriales, entre otros. El ingeniero a través de las matemáticas, puede modelar y dar solución a muchos de los problemas que se presentan tanto en la industria como en la vida cotidiana (Trejo, Camarena, & Trejo, 2013).

Lamentablemente el dominio de éstas por parte de los estudiantes de diversos subsistemas educativos del País suele ser muy pobre. Así lo muestran los resultados en los exámenes estandarizados aplicados a estudiantes de secundaria y de bachillerato. En lo que respecta a la prueba PISA, El 57 por ciento de los estudiantes mexicanos de 15 años muestran un desempeño deficiente en matemáticas (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), 2016).

En lo relativo al Bachillerato, los resultados de la prueba PLANEA muestran que 66 de cada 100 estudiantes tienen un dominio de las matemáticas en el nivel I y 23 de cada 100 en el nivel II, lo que indica que 89 por ciento de los egresados de bachillerato no poseen un dominio satisfactorio de los saberes propios de su nivel educativo al momento de terminar sus estudios (Secretaría de Educación Pública, s.f.).

Este problema de la falta de dominio se transfiere al ámbito universitario, en el momento que estos egresados de bachillerato ingresan a una escuela de ingeniería. Lo que provoca en muchos de los casos, que se programen cursos remediales en estas instituciones.

En el caso particular del Instituto Tecnológico de Sonora –ITSON-, donde se lleva a cabo este trabajo de investigación, se ha enfrentado esta situación introduciendo en el nuevo plan curricular de los Programas de Ingeniería una asignatura denominada Fundamentos de Matemáticas, con la intensión de nivelar las competencias matemáticas básicas de los nuevos estudiantes de manera obligatoria y puedan con ello acceder con mayores probabilidades de éxito al estudio de las matemáticas universitarias (Instituto Tecnológico de Sonora, s.f.).

Sin embargo, los resultados de aprendizaje de los que cursan esta asignatura dejan claro que las deficiencias en temas básicos de matemáticas persisten en los estudiantes y son difíciles de corregir. De acuerdo a resultados consultados con la academia de dicha asignatura, el porcentaje de reprobación ha sido en promedio de 44 por ciento en los últimos dos periodos escolares, lo que trae consigo presiones al interior de la academia y a los Programas Educativos de ingeniería que actualmente se encuentran acreditados por un organismo externo a la institución (ITSON, s.f.).

Para la academia es muy importante mejorar los resultados anteriores pues de ello depende su contribución para la mejora de indicadores como el rezago y la eficiencia terminal en los diversos Programas Educativos. Por lo anterior, se inició un proyecto con la intensión de mejorar los resultados de aprendizaje de los estudiantes en las diferentes unidades del curso. Siendo una de éstas la unidad referida a la Parábola que es, a decir por la academia de la asignatura, especialmente difícil para los alumnos.

Situación que no es privativo a este centro escolar pues existen reportes de numerosas investigaciones que tratan sobre el problema del aprendizaje de este objeto matemático y de las funciones en general, como lo muestran los estudios efectuados por: Díaz, Haye, Montenegro y Córdoba (2013); Tocto y Reaño (2017); Prada, Hernández y Jaimes (2017), Morales (2013), entre otros.

Dado que los bachilleratos de procedencia de los estudiantes que ingresan al curso de Fundamentos de Matemáticas tienen muy diversas acentuaciones, el nivel de dominio de este tema suele ser muy variado, conforme lo hace patente la academia. Por lo anterior, es necesario conocer el estado de conocimiento de los alumnos antes de implementar alguna planeación didáctica, como lo menciona Moreira (2012), “cualquier intento de promover un aprendizaje significativo en una situación formal de enseñanza, debe tomar como punto de partida lo que el estudiante ya sabe sobre el tema en cuestión”. Pero entonces ¿cómo averiguar lo que ya saben los estudiantes sobre la Parábola? ¿Cómo identificar las áreas de oportunidad para desarrollar una propuesta didáctica pertinente?

Objetivos

Objetivo General

Diagnosticar los conocimientos previos de la Parábola en alumnos de nuevo ingreso a una universidad, mediante el marco conceptual de las representaciones semióticas de Duval, para utilizar la información en una propuesta didáctica que mejore los resultados de aprendizaje de los estudiantes en ese objeto matemático.

Objetivos específicos

a. Diseñar un cuestionario con base en el marco de las representaciones semióticas de Duval, mediante una tabla de especificaciones, para determinar las fortalezas y áreas de oportunidad de los estudiantes alrededor del concepto matemático de la parábola.

b. Aplicar el instrumento diseñado a una muestra representativa de estudiantes del curso de Fundamentos de Matemáticas para rescatar información que permita diseñar de manera pertinente una propuesta de enseñanza sobre la Parábola.

Justificación

Conocer los conocimientos previos de los estudiantes antes de la enseñanza de cualquier tema es prioritario cuando se busca que los alumnos aprendan de manera significativa. Porque estar al tanto de lo que saben los alumnos de un tema, permite al docente decidir el cómo acercarlos al nuevo contenido.

Si el acercamiento se hace a un nivel de dominio adecuado conforme a la estructura cognitiva previa de los estudiantes, entonces es posible que éstos relacionen de manera no literal y no arbitraria los nuevos contenidos con lo que ya saben y otorguen con ello un sentido y un significado a la nueva información. Haciéndola suya, fácil de recordar y útil como anclaje para futuros aprendizajes. (Moreira, 2012; Mota & Valles, 2015).

Así, los resultados de un diagnóstico facilitan la toma de decisiones al momento de la planeación didáctica y contribuye a mejorar los productos de aprendizaje en los estudiantes, por ello, con esta investigación se puede contribuir a mejorar el aprovechamiento académico de los alumnos, además de abonar a la mejora de indicadores como la deserción, el rezago y la eficiencia terminal de los diversos programas educativos a los que pertenecen los educandos, indicadores importantes a los ojos de organismos acreditadores como el Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería (2018).

Marco Teórico

Desde un punto de vista constructivista el aprendizaje significativo es un proceso de construcción interna, que se facilita por la mediación e interacción con otros. Se caracteriza por la interacción entre conocimientos previos y conocimientos nuevos de forma no lineal y no arbitraria. Prescribe que lo más importante es iniciar el proceso enseñanza-aprendizaje a partir de lo que el alumno ya sabe y domina, de tal forma que cuando el aprendiz logra conectar lo nuevo con lo que ya conoce, adquiere nuevos significados, más ricos y diferenciados en su estructura cognitiva y por tanto más fáciles de recordar (Díaz-Barriga & Hernández, 2010).

Este conocimiento previo se denomina subsunsor. El conjunto de subsunsores conforma la estructura cognitiva de los aprendices, la cual no es estática sino dinámica ya que se desarrolla, se transforma y se enriquece conforme se tienen experiencias de aprendizaje. Dos son los procesos que se presentan cuando la estructura cognitiva cambia. La primera se le conoce como diferenciación progresiva, que ocurre cuando un subsunsor se expande y ramifica por efecto de la aprehensión de nuevos contenidos. La segunda, es la reconciliación integradora que ayuda a eliminar inconsistencias e integrar significados entre diversos subsunsores.

Para que un sujeto aprehenda un contenido de manera significativa se tienen que registrar dos acontecimientos. Primero que el contenido por aprender tenga significado lógico para el aprendiz, es decir, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende, de aquí la importancia de los conocimientos previos.

ISSN 2523-0336

El segundo requisito es la disposición del estudiante por relacionar lo nuevos contenidos con su estructura cognitiva, de tal suerte que active sus subsunsores para enganchar lo nuevo de manera no arbitraria y lineal (Moreira, 2012). Si el aprendizaje no se desarrolla de manera significativa, entonces lo que se aprende carece de significado, sin ligas con la estructura cognitiva preexistente. Consecuentemente con el paso del tiempo lo que un día se aprendió queda en el olvido, sin que pueda emplearse en nuevas situaciones de aprendizaje. Como acontece con los contenidos matemáticos y otras ciencias.

Por lo anterior en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es importante indagar sobre los saberes previos que tienen los alumnos al inicio de un curso o tema, ya que éstos, de acuerdo con Ausubel, se relacionan con los nuevos para lograr un aprendizaje significativo y no memorístico. Para indagar sobre estos saberes que poseen los estudiantes, se pueden utilizar diversas estrategias, entre éstas se tienen las evaluaciones, que de acuerdo con la pedagogía se pueden clasificar en tres tipos de evaluación: diagnóstica, formativa y sumativa.

Cada una de éstas se aplica en determinados momentos del proceso educativo, la de mayor interés para esta investigación es la evaluación diagnóstica, que se aplica antes de iniciar el proceso enseñanza-aprendizaje y tiene el propósito de identificar si los alumnos poseen una serie de conocimientos que son prerrequisito para poder asimilar y comprender de manera significativa los temas nuevos que se les presentan (Diaz-Barriga & Hernández, 2010; López, 2009).

A través de la evaluación diagnóstica se puede identificar qué contenidos conceptuales comprenden los estudiantes al inicio de un curso o nivel educativo, en qué aspectos tienen deficiencias y quiénes necesitan mejorar sus conocimientos. Esta evaluación provee información valiosa que fundamenta la toma de decisiones al momento de proponer mejoras en el proceso educativo. Una manera de clasificar las deficiencias y las fortalezas que, sobre los objetos matemáticos poseen los estudiantes, se fundamenta en los aportes teóricos sobre los registros de representación semiótica de Raymond Duval, que en la actualidad se consideran de suma importancia en el aprendizaje de las matemáticas (Duval, 1998, 2010).

De acuerdo a esta teoría, los objetos matemáticos no son accesibles directamente, como lo son los objetos reales o físicos, éstos solo se muestran bajo distintas formas de representaciones semióticas. Por ejemplo, la Parábola puede ser representada mediante un registro gráfico, algebraico, verbal o tabular. Estas formas de representación son necesarias en la actividad matemática, sobre todo en la enseñanza, para poder interactuar con el objeto (Duval, 1998).

La teoría de los registros de representación semiótica permite el análisis de ciertas tareas matemáticas a partir de ciertas actividades cognitivas: Tratamientos y Conversiones, que son importantes e imprescindibles para la compresión y comunicación de las matemáticas (Godino, Wihelmi, Blanco, Contreras, & Giacomone, 2016; Duval, 1988). La actividad cognitiva de Tratamiento es la transformación de una representación en el mismo registro y es una actividad interna al mismo registro, la segunda actividad es la de Conversión que es la transformación de una representación en otro registro, la cual se considera muy importante porque juega un papel esencial en la conceptualización de contenidos representados (Duval, 1998, 2012).

Metodología de Investigación

A continuación se describen el tipo de investigación, los sujetos que participaron en el estudio, el instrumento empleado y el procedimiento seguido para llevar a efecto esta indagación.

Tipo de investigación

El trabajo desarrollado tuvo un enfoque de corte cuantitativo transversal. Dado que se re recogió información en un momento determinado de todos los sujetos participantes y a que los datos rescatados en la indagación fueron numéricos, relacionados con el acierto o desacierto de los sujetos en un conjunto de reactivos.

Sujetos

Participaron 55 estudiantes de las carreras de ingeniería que cursaban la asignatura de Fundamentos de Matemática en el Instituto Tecnológico de Sonora. De ellos, 21 fueron mujeres y 34 varones. La edad de los participantes fluctuó entre los 18 y 20 años.

Instrumento

El cuestionario para efectuar el diagnóstico sobre el tema la Parábola se estructuró con nueve reactivos. Tres de éstos estuvieron dirigidos para que los alumnos reflejaran la actividad de Tratamiento, uno en el registro verbal, otro en el algebraico y otro en el gráfico. Los seis reactivos restantes se incluyeron para ver si los estudiantes podrían realizar Conversiones en ambas direcciones entre los registros: verbal ↔ algebraico, verbal↔ gráfico y algebraico ↔ gráfico.

Procedimiento

El primer paso fue diseñar el instrumento de medición con base en el marco conceptual de las representaciones semióticas de Duval (1998). Para ello, se decidió trabajar con tres representaciones semióticas de la Parábola, el registro gráfico, el algebraico y el verbal por ser éstos los más usuales en la literatura de las matemáticas. Se utilizó una tabla de especificaciones, con el propósito de lograr la validez de contenido del instrumento, vinculando los contenidos de aprendizaje con las actividades cognoscitivas (Santibañez, 2011).

Posteriormente, el cuestionario se presentó a tres expertos en el área para validar los reactivos y se aplicó a un reducido grupo de estudiantes para identificar posibles errores en su redacción. Enseguida y de acuerdo con las recomendaciones de Díaz y Leyva (2013), se clasificaron los índices de dificultad de los reactivos quedando de la siguiente forma: más de 0.9 se consideraría al reactivo fácil, entre 0.8 y 0.89 el reactivo sería moderadamente fácil, entre 0.7 y 0.79 sería de dificultad media, entre 0.5 y 0.69 sería moderadamente difícil y menores a 0.5 serían considerados reactivos difíciles.

Con el instrumento en su versión final, se seleccionó al azar una muestra representativa de estudiantes de ingeniería inscritos en la asignatura de Fundamentos de Matemáticas. Al cual se le aplicó el instrumento antes de iniciar el estudio del tema de la Parábola en el curso de Fundamentos de Matemáticas. Posteriormente se codificaron las respuestas de los sujetos que participaron, se determinaron los índices de dificultad de cada reactivo y se rescataron las dificultades y las fortalezas en términos de actividades cognitivas para, finalmente, lograr el objetivo de la indagación.

Resultados

En el estudio participaron 55 alumnos, quienes respondieron nueve reactivos intramatemáticos relacionados con la Parábola en los registros de representación: verbal, algebraico y gráfico. Tres reactivos corresponden a la actividad cognitiva de Tratamiento en cada uno de los registros, y los seis reactivos restantes, corresponden a la actividad cognitiva de Conversión de los tres registros en ambos sentidos. Se observó la actividad de los alumnos y se registraron sus fortalezas y debilidades.

En la Tabla 1 se muestra el número de Ítem (I), el Registro de Partida (RP), Registro de Llegada (RL), los Índices de Dificultad o proporción de los estudiantes que respondieron correctamente cada ítem y, por último, la Tarea (T) o actividad de cada reactivo. Los resultados observados fueron los siguientes: los alumnos muestran en las tres actividades de Tratamiento (reactivos 3, 8 y 9) debilidades y fortalezas, las mayores debilidades se encontraron en el Tratamiento gráfico con un índice de dificultad difícil de 0.33 y en el Tratamiento algebraico con índice de dificultad difícil de 0.35. En cambio, muestran fortaleza en la actividad de Tratamiento verbal con un índice de dificultad moderadamente fácil de 0.89.

Para el caso de las observaciones recogidas en las actividades de Conversión de registros, se mostraron fortalezas en un sentido y debilidades en el otro. Pudo observarse primeramente que la mayor dificultad fue responder el reactivo 4, donde se promueve la actividad cognitiva de Conversión del registro gráfico al algebraico con índice de dificultad difícil de 0.26, mientras que la actividad de Conversión del algebraico al gráfico reactivo 7 tuvo un índice de dificultad moderadamente fácil de 0.84.

La Conversión del registro verbal al grafico reactivo 1 mostró un índice de dificultad difícil de 0.46, mientras que del gráfico al verbal reactivo 5, fue un índice de dificultad moderadamente fácil de 0.87. Por último, la actividad de Conversión del algebraico al verbal reactivo 6 fue considerado difícil porque el índice de dificultad fue de 0.47 y la Conversión contraria del verbal al algebraico reactivo 2 fue de 0.82.

En síntesis, se pudo observar que cinco de los nueve reactivos fueron considerados difíciles, y cuatro reactivos moderadamente fáciles, el peor desempeño lo tuvieron en tres actividades cognitivas de Conversión (reactivos 1, 4 y 6), y en dos actividades de Tratamiento el algebraico y el gráfico (reactivos 8 y 9). Estos resultados concuerdan con otros reportes de investigación que la actividad cognitiva de Tratamiento y sobre todo la actividad cognitiva de Conversión, son las que ocasionan más dificultades a la mayoría de los alumnos, y esta última es porque se ha privilegiado un determinado registro sin tomar en cuenta la coordinación con otros, la cual se considera la más importante porque ayuda a la articulación entre registros y existe una mejor conceptualización del objeto matemático (Artola, Mayoral, & Benarroch, 2016; Del Castillo, 2003; Guzmán, 1998; Duval 1988).

I	RP	RLL	ID	Tarea
1	V	G	0.46	A partir de enunciado Identificar la gráfica
2	V	A	0.82	A partir de enunciado Identificar ecuación
3	V	V	0.89	El equivalente verbal de ecuación de 2° grado con parábola.
4	G	A	0.26	Dada la gráfica identificar su ecuación.
5	G	V	0.87	Muestra la gráfica se pide enunciado .
6	A	V	0.47	De $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ dar enunciado verbal
7	A	G	0.84	Se da la ecuación debe identificar la gráfica.
8	A	A	0.35	Se pide pasar de $y = a(x-b)^2 + c$ a $y = ax^2 + px + q$.
9	G	G	0.33	Identificar en que intervalo la función crece

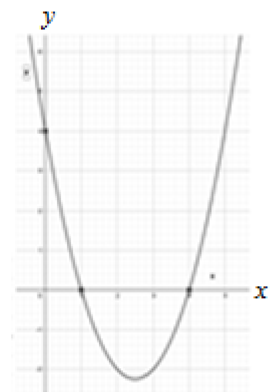
Tabla 1 Índices de dificultad que mostraron los alumnos en los reactivos de Tratamiento y Conversión

Nota: I: Ítem, RP: Registro Partida, RL Registro Llegada, ID: Índice de Dificultad, T: Tarea, A: Algebraico, V: Verbal, G: Gráfico

La actividad cognitiva de Conversión con mayor dificultad fue del registro gráfico al algebraico (reactivo 4), donde solo 14 alumnos de 55 pudieron responder correctamente (ver Figura 1). En éste se solicitaba que a partir de la gráfica de una Parábola identificaran la ecuación algebraica que la describía.

La mayoría de los alumnos identificaron gráficamente las intersecciones de la parábola con el eje x, $x = 1$ y $x = 4$, pero al traducirlas a la expresión algebraica de segundo grado seleccionaron la expresión $y = (x+1)(x+4)$, por lo que no identificaron correctamente el signo correspondiente a cada factor lineal y eligieron como respuesta la opción B en lugar de C.

4. Observa la siguiente gráfica e identifica cuál es su expresión algebraica de las indicadas abajo en los recuadros:



(A) $y = (x+1)(x-4)$ (B) $y = (x+1)(x+4)$

(C) $y = (x-1)(x-4)$ (D) $y = (x-1)(x+4)$

Figura 1 Reactivo de Conversión del registro gráfico al registro algebraico
Fuente: Elaboración Propia

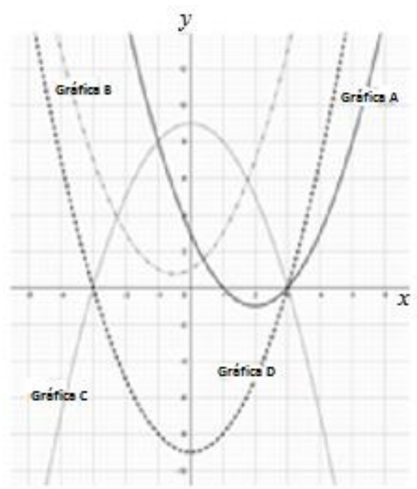
Este fenómeno se puede entender cuando Duval (1988), se refiere a la no congruencia entre registros, la Conversión entre registros no siempre se realiza de manera espontánea, aunque se hable de un mismo objeto, a menos que las representaciones sean congruentes y si esto no sucede resulta un obstáculo para el estudiante (Guzmán, 1998).

En la exploración realizada en el reactivo 4, la no congruencia es que gráficamente la Parábola intersecta en dos valores positivos al eje x, y al traducirlos a la representación algebraica esos valores son negativos en la expresión algebraica.

En el caso contrario cuando la Conversión fue del algebraico al gráfico reactivo 7 (ver Figura 2), se observó que 46 alumnos respondieron correctamente "Gráfica D", seis de ellos seleccionaron "Gráfica C" y tres se abstuvieron, por lo que este reactivo fue considerado fácil.

En la exploración del reactivo 7, podemos ver que de acuerdo a Duval (1988) sí existe una mayor congruencia entre la expresión algebraica y la gráfica cuyos valores son uno positivo y otro negativo, y en la gráfica se observa que las intersecciones con el eje x son, una positiva y otra negativa. Por otra parte, los que contestaron erróneamente no consideraron la concavidad de la Parábola.

7. Indica a qué gráfica corresponde la expresión:
$y = x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$



Gráfica A	Gráfica B
Gráfica C	Gráfica D

Figura 2 Reactivo de Conversión del registro algebraico al registro gráfico
Fuente: Elaboración Propia

Los hallazgos obtenidos sobre la Conversión entre los registros gráfico y algebraico, concuerdan con otro estudio realizado por Díaz et al. (2013) sobre la función lineal y cuadrática. Estos investigadores reportan que las dificultades con mayor fuerza se presentan cuando la Conversión es del registro gráfico al algebraico, y que el desempeño de los estudiantes es mejor cuando la Conversión se hace del registro algebraico al gráfico. De igual forma Ramírez y Toro (2012), encontraron que las mayores dificultades se localizan en las Conversiones del registro gráfico y lenguaje verbal al registro algebraico.

Con relación a la actividad cognitiva de Tratamiento en el registro gráfico reactivo 8 del instrumento (Figura 3), 19 alumnos respondieron correctamente, 33 contestaron erróneamente y tres se abstuvieron de contestar.

8. Identifica de las opciones dadas abajo, cuál sería el desarrollo correcto de la ecuación de segundo grado:
$y = 2(x - 3)^2 + 3$

(A) $y = 2x^2 + 12x+21$	(B) $y = 2x^2 - 12x+21$
(C) $y = 2x^2 -12x+18$	(D) $y = x^2 - 6x+21$

Figura 3 Reactivo de Tratamiento en el registro algebraico
Fuente: Elaboración Propia

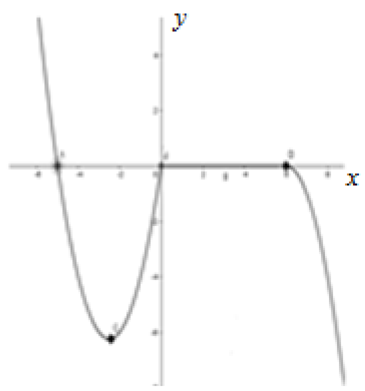
En esta actividad se presenta una ecuación de segundo grado de la forma $y = 2(x-3)^2 + 3$ y se pide desarrollarla para llevarla a la forma $y = 2x^2 - 12x + 21$. Los errores algebraicos observados fueron los siguientes: 17 alumnos seleccionaron la opción C, dado que ignoraron el término independiente “3” de la ecuación al no sumarlo. Otros 10 alumnos seleccionaron la opción A pues cometieron un error de signo al desarrollar el binomio al cuadrado y seis alumnos seleccionaron la opción D debido a que ignoraron el coeficiente “2” del binomio al cuadrado.

Los errores cometidos por los estudiantes muestran poco dominio algebraico y esto repercute negativamente en la conceptualización de la Parábola en ese registro. En una investigación dirigida por García, Segovia y Lupiáñez (2011), encontraron que las dificultades que presenta el aprendizaje del álgebra en niveles preuniversitarios, se manifiestan al resolver tareas algebraicas en niveles universitarios con errores persistentes, los estudiantes universitarios muestran grandes deficiencias en sus conocimientos algebraicos básicos.

Asimismo otro estudio realizado por Rodríguez y Torrealba (2016), confirma que los errores que cometen los estudiantes, se deben al empleo incorrecto de las propiedades y definiciones propias del lenguaje algebraico. Comportamientos semejantes reportan también Vélez, Hernández y Londoño (2018) en un estudio efectuado con adolescentes. Lo anterior corrobora los resultados obtenidos por los egresados de bachillerato en el examen PLANEA aplicado en 2017, solo el 11 por ciento de ellos, muestran un desempeño que va de satisfactorio a sobresaliente en el uso funcional de las matemáticas (SEP, s.f.).

Otra actividad cognitiva que resultó difícil fue el Tratamiento en el registro gráfico, que se evaluó en el reactivo 9 del instrumento (Figura 4). En este ítem se le solicitó a los alumnos que describieran en qué intervalo la función graficada era creciente. Solo 18 estudiantes contestaron correctamente eligiendo la opción (C). El resto contestó erróneamente, 17 eligieron la opción (A), nueve alumnos la opción (B), ocho estudiantes la opción (D) y tres se abstuvieron de ofrecer una respuesta.

9. Observa la siguiente gráfica e identifica en qué intervalo la función está creciendo.



(A) [D, +∞] (B) [B, D]
(C) [C, B] (D) [A, –∞]

Figura 4 Reactivo de Tratamiento en el registro gráfico
Fuente: Elaboración Propia

Por las respuestas obtenidas se concluye que los estudiantes no tienen conocimiento de la lectura de una gráfica. Diversas investigaciones muestran las dificultades en el uso de representaciones cartesianas, así como el poco empleo que se hace de ellas en el proceso de enseñanza. Se observa que estas dificultades se encuentran ligadas a la actividad cognitiva de Tratamiento en el registro gráfico como reportan Artola et al. (2016) y Guerrero, Camacho y Mejía (2010).

Hasta aquí se describen los hallazgos de la presente investigación, cuyo informe provee de valiosa información a la academia del curso, pues orienta sobre los conocimientos previos tanto deficitarios como satisfactorios que han desarrollo los alumnos alrededor de la Parábola antes de la instrucción. Queda ahora realizar el siguiente paso lógico, diseñar el proceso enseñanza-aprendizaje partiendo del conocimiento previo que tienen los alumnos.

Tal como lo hicieron en su trabajo de investigación Osorio, Palacios y Vallejo (2019), cuando mejoraron significativamente la comprensión de sus alumnos en el tema de la Parábola.Algunas alternativas que parecen razonables aplicar, a la luz de la literatura revisada y conforme a las deficiencias develadas, son las siguientes:

(a) Utilizar algún software que permita a los alumnos manipular el registro gráfico de la Parábola. Existen evidencias de que este tipo de tecnología contribuye a mejorar significativamente la comprensión de los objetos matemáticos, así lo reportan los estudios efectuados por Barahona, Barrera, Vaca e Hidalgo (2015), y Osorio et al. (2019). En dichas investigaciones los investigadores utilizaron el software GeoGebra para estimular y facilitar el aprendizaje de sus alumnos. Este software en particular permite manipular dinámicamente las representaciones algebraicas y gráficas de cualquier función. Le da al alumno la posibilidad de manipular los parámetros de la Parábola en su registro algebraico e inmediatamente observar los efectos de los cambios introducidos, en la representación gráfica de la misma. Y es esta posibilidad de variar sus parámetros lo que potencia el aprendizaje, como lo indica en su propuesta didáctica Oaxaca y Valderrama (2009). Por lo anterior, esta herramienta tecnológica podría funcionar adecuadamente para trabajar en el aula tanto los Tratamientos en el registro gráfico de la Parábola como sus Conversiones desde la representación Gráfica a la Algebraica donde los estudiantes muestran poco dominio.

(b) Otra área de oportunidad para la enseñanza de la Parábola es la orientación de las tareas de aprendizaje hacia situaciones cercanas a la experiencia de los aprendices. Así lo recomienda Oaxaca y Valderrama (2009) en su propuesta didáctica, y lo comprueba empíricamente Tocto y Reaño (2017) en su estudio con estudiantes de bachillerato. Sugerencia muy alineada con lo que establecen los principios del aprendizaje significativo.

Conclusiones

Se logró el objetivo general de la indagación que consistió en el diagnóstico de los conocimientos previos que poseen los estudiantes de nuevo ingreso a la universidad en el tema de la Parábola.

Se encontró que las fortalezas de los estudiantes se localizan en el Tratamiento del registro verbal y en las Conversiones del registro gráfico al verbal, del algebraico al gráfico y del verbal al algebraico.

Por otro lado, los hallazgos de esta investigación muestran que las áreas de oportunidad en los estudiantes se localizan en el Tratamiento de los registros gráfico y algebraico, y en las Conversiones del registro gráfico al algebraico y del verbal al gráfico.

Por lo anterior se recomienda a la academia del curso de Fundamentos de Matemáticas que en el futuro inmediato contemple en su plan de clase actividades dirigidas a trabajar y fortalecer con especial atención las áreas de oportunidad aquí mencionadas, sin dejar de lado algunas actividades de aprendizaje donde los alumnos también trabajen sus fortalezas.

Asimismo contemplar en lo posible la implementación de software, como el GeoGebra, en el aprendizaje de la Parábola. Con el fin de facilitarle al aprendiz la manipulación de los parámetros de este objeto matemático y su correspondiente efecto en el registro gráfico. De igual manera y conforme a la literatura consultada, se recomienda que los estudiantes resuelvan problemas en situaciones cercanas a sus experiencias de vida o contexto, ya que esto potencia el aprendizaje significativo.

Se recomienda documentar éstas y otras innovaciones al momento de implementarse al interior de la academia del curso, a través de estudios cuantitativos cuasi experimentales con medidas pretest y postest, así como por estudios de corte cualitativo para profundizar en la comprensión de la realidad que viven los estudiantes. Para con ello, tener evidencias de que las innovaciones funcionan.

Referencias

Artola, E., Mayoral, L., & Benarroch, A. (2016). Dificultades de aprendizaje de las representaciones gráficas cartesianas asociadas a biología de poblaciones en estudiantes de educación secundaria. Un estudio semiótico. *Revista Eureka Sobre Enseñanza y Divulgación de Las Ciencias*, *13*(1), 36-52. Recuperado de https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/2951

Barahona, F, Barrera, O., Vaca, B., & Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL-RTE*, *28*(5), 121-132. Recuperado de http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/issue/view/28/showToc

Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería (CACEI). (2018). *Marco de referencia 2018*. Recuperado de http://cacei.org.mx/nvfs/nvfs02/nvfs0210.php

Del Castillo, A. (2003). La articulación de los registros gráfico, analítico y de la lengua natural. *Mosaicos Matemáticos*, *11*, 75-80. Recuperado de http://www.semana.mat.uson.mx/Memorias/pupi.pdf

Díaz-Barriga, F., & Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México: Editorial Mc Graw-Hill.

Díaz, M., Haye, E., Montenegro, F., & Córdoba, L. (2013). *Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas*. Trabajo presentado en el I Congreso de educación matemática de América Central y el Caribe, Santo Domingo, República Dominicana. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/4072/1/C%C3%B3rdobaDificultadesCemacyc2013.pdf

Díaz, P., & Leyva, E. (2013). Metodología para determinar la calidad de los instrumentos de evaluación. *Revista Educación Médica Superior*, *27*(2), 269-286. Recuperado de http://www.medigraphic.com/pdfs/educacion/cem-2013/cem132n.pdf

Duval, R. (1988). *Graphiques et Equations: l'articulation de deux registres, in Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, n°1, 235-253. (Versión en español de Blanca M. Parra).

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R. (2010). Sémiosis, pensée humaine et activité mathématique. *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *6*(1), 126-143. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5870410

Duval, R. (2012). Lo esencial de los procesos cognitivos de comprensión en matemáticas: los registros de representación semiótica. In U. Malaspina (Ed.). *Resúmenes del VI Coloquio Internacional de Didáctica de las Matemáticas: avances y desafíos actuales* (pp.14-17). Lima, Peru: Pontificia Universidad Católica del Perú.

García, J., Segovia, I., & Lupiáñez, J. (2011). Errores y dificultades de estudiantes mexicanos de primer curso universitario en la resolución de tareas algebraicas. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* (pp. 145-155). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2018/1/GarciaSegoviaLupianez2011.pdf

Godino, J., Wihelmi, M., Blanco, T., Contreras, A., & Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *10*, 91-110. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/310100320_Analisis_de_la_actividad_matematica_mediante_dos_herramientas_teoricas_Registros_de_representacion_semiotica_y_configuracion_ontosemiotica

Guerrero, C., Camacho, M., & Mejía, H. (2010). Dificultades de los estudiantes en la interpretación de las soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias que modelan un problema. *Enseñanza de las ciencias*, *28*(3), 341-352. Recuperado de https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/210804/353412

Guzmán, R. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *1*(1), 5-21. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/335/33510102.pdf

Instituto Tecnológico de Sonora. (s.f.). *Oferta académica.* Recuperado de https://www.itson.mx/oferta/Paginas/ofertaacademica.aspx

López, J. (2009). La importancia de los conocimientos previos para el aprendizaje de nuevos contenidos. *Revista Digital: Innovación y experiencias educativas*, *16*, 1-14. Recuperado de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_16/JOSE%20ANTONIO_LOPEZ_1.pdf

Morales, Z. (2013). *Análisis de las transformaciones de las representaciones semióticas en el estudio de la función logarítmica en la educación escolar* (Tesis de maestría). De la base de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Recuperada de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/4639/MORALES_MARTINEZ_ZENON_ANALISIS_ESCOLAR.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Moreira, M. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? *Revista Qurriculum*, *25*, 29-56. Recuperado de: http://publica.webs.ull.es/upload/REV%20QURRICULUM/25%20-%202012/02.pdf

Mota, D., & Valles, R. (2015). *Papel de los conocimientos previos en el aprendizaje de la matemática universitaria*. Recuperado de http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciEduc/article/view/21040/pdf_30

Oaxaca, J., & Valderrama, M. (2009). *Enseñanza de la Función Cuadrática interpretando su conocimiento al variar sus parámetros*. Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A.C. Recuperado de http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v09/ponencias/at05/PRE1178753682.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). (2016). *Programa para la evaluación internacional de alumnos PISA 2015 resultados*. Recuperado de https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf

Osorio, K., Palacios, M., & Vallejo, N. (2019). *Relación entre la representación algebraica y gráfica de la función cuadrática mediada por el Geogebra* (Tesis de licenciatura, Universidad cooperativa de Colombia). Recuperado de http://repository.ucc.edu.co/handle/20.500.12494/10921

Prada, R., Hernández, C., & Jaimes, L. (2017). Representación semiótica de la noción de función: concepciones de los estudiantes que transitan del Colegio a la Universidad. *Panorama, 11*(20), 34-44. Recuperado de https://journal.poligran.edu.co/index.php/panorama/article/view/1008/749

Ramírez, R., & Toro, J. (2012). *La función lineal, una noción que emplea los registros de representación semiótica para modelar la variación* (Tesis de licenciatura, Universidad del Valle). Recuperado de http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/xmlui/bitstream/handle/10893/13793/0503276.pdf?sequence=1

Rodríguez, I., & Torrealba, A. (2016). Dificultades que conducen a errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de tercer año de educación media general. *Revista Arjé, 11*(20), 416-438. Recuperado de http://arje.bc.uc.edu.ve/arj20/art38.pdf

Santibañez, J. (2011). *Manual para la evaluación del aprendizaje estudiantil*. (Primera edición). México: Editorial Trillas.

Secretaría de Educación Pública. (s.f.). *Planea, resultados nacionales 2017*. Recuperado de http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2017/ResultadosNacionalesPlaneaMS2017.PDF

Tocto, E., & Reaño, C. (2017). Comprensión de las propiedades de la función cuadrática mediada por los registros algebraico y gráfico. *Revista de Produção Discente em Educação Matemática, 6*(1), 50-59. Recuperado de https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/32567/22503

Trejo, E., Camarena, P., & Trejo, N. (2013). Las matemáticas en la formación de un ingeniero: la matemática en contexto como propuesta metodológica. *Revista Docencia Universitaria, 11*, 397-424. Recuperado de https://polipapers.upv.es/index.php/REDU/article/view/5562/5552

Vélez, A., Hernández, J., & Londoño J. (2018). *Desarrollo de habilidades de pensamiento por medio del aprendizaje del concepto de función en estudiantes de básica secundaria y media* (Tesis de licenciatura, Universidad de Antioquia, Medellín). Recuperado de http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/3500/1/VelezAlexis_HernandezJuan_Londo%c3%b1oJohn_DesarrolloHabilidadesPensamiento_2018_TG.pdf