

Problemas epistemológicos en la interpretación del cálculo de Áreas entre funciones

BARRERA, Jaime†*, FLETES, Alejandra, PEREZ-CAMPOS, Antonio y HERNANDEZ, Román

Recibido 2 de Enero, 2017; Aceptado 8 de Abril, 2017

Resumen

El objetivo de este trabajo fue detectar los problemas epistemológicos que presentan los alumnos en la interpretación en el cálculo de áreas de una función y dos funciones, en los diferentes sistemas de representación del objeto del cual puede apropiarse después de un proceso de comprensión, para que este discernimiento se lleve a cabo, el sujeto se envuelve en él y forme parte de un aprendizaje significativo. Sin embargo, para que eso se lleve a cabo, interviene los sentidos del ser humano, sobre la percepción del objeto y se genera el conocimiento. Por consecuencia da origen a un problema epistemológico. En este caso si al estudiante se le dificulta concebir la interpretación de dicho objeto, los applets de tipo educativo, tales como el GeoGebra son una herramienta para visualizar los objetos donde se pretenda calcular en particular el área de una o dos funciones, puesto que la representación de dicho objeto puede ayudar a inferir diferentes formas de resolver un problema. Deduciendo finalmente que la comprensión del objeto da lugar a una interpretación diferente y salvar los errores epistemológicos.

Problemas epistemológicos, GeoGebra, área entre funciones.

Abstract

The objective of this work was to detect the epistemological problems that the students present in the interpretation in the calculation of areas of a function and two functions, in the different systems of representation of the object of which can be appropriated after a process of comprehension, so that This discernment is carried out, the subject is involved in it and is part of a meaningful learning. However, for that to take place, the senses of the human being intervene, about the perception of the object and the knowledge is generated. Consequently, it gives rise to an epistemological problem. In this case, if the student has difficulty interpreting the object, educational applets such as GeoGebra are a tool to visualize the objects where the particular area of one or two functions is to be calculated, since the representation of such an object can help infer different ways of solving a problem. Finally deducing that the understanding of the object gives rise to a different interpretation and to save the epistemological errors

Epistemological problems, GeoGebra, area between functions

Citación: BARRERA, Jaime, FLETES, Alejandra, PEREZ-CAMPOS, Antonio y HERNANDEZ, Román. Problemas epistemológicos en la interpretación del cálculo de Áreas entre funciones. Revista de Didáctica Práctica 2017. 1-1:28-32

† Investigador contribuyendo como primer autor.

*Correspondencia al Autor Correo Electrónico: odrig@itpachuca.edu.mx

Introducción

El objetivo de este trabajo fue observar y detectar la interpretación de los alumnos en el cálculo de áreas de una función y dos funciones, donde el teorema fundamental del cálculo nos expresa que para obtener una integral definida se requiere solo calcular la antiderivada y evaluarla con dos límites de integración (Cuellar, 2013), ya que cuando se aplicaba la integral definida para distintos ejercicios se confundían y hacían deducciones equivocadas al presentar los diferentes resultados. Cuando los estudiantes logran ver la representación gráfica de una función es sencillo hacer las conjeturas sobre el resultado lógico de la evaluación de una función, el uso de software educativo como el GeoGebra es un aliciente para la comprensión de las matemáticas ya que los usuarios pueden hacer sus propias construcciones de objetos o funciones por lo cual les ayudo a reflexionar sobre la posición de una gráfica en un plano cartesiano y como explicarse los pasos a seguir para resolverlo. Cuando el alumno soluciona una integral definida sin tener en cuenta la tendencia de la función en forma gráfica, puede cometer errores en los resultados. Si los estudiantes observan el objeto grafico de la función a integrar se recapacita sobre el cálculo de esta. (Brousseau,1999), Así mismo el individuo se aferrará a la búsqueda de la respuesta correcta mientras sus actos cognoscitivos y sus facultades se ordenen en virtud epistémica (Beuchot,2011).

Antecedentes

En la Conferencia Latinoamericana de Colombia 2012 y XVII Encuentro Departamental de Matemáticas se tomaron en cuenta que el uso de la tecnología en el ámbito educativo conlleva a una reflexión adecuada para la utilización de herramientas metodológicas en el área de Matemáticas.

Tales como el GeoGebra ya que es una aplicación que resalta por su fácil comprensión a la construcción de algoritmos, la visualización, establecimiento de conjeturas y evaluación dinámica de contenidos (Serrano,2012) y es por ello que el ser humano a lo largo de su proceso de aprendizaje continuo ha buscado a la necesidad de observar su entorno y de considerar qué conocimientos, sucesos y/o elementos con los que entra en contacto son suficientes para crear una retención y convertirlo en algo propio para su aplicación de sus medios de vida.

Los intentos de comprensión más antiguos toman como punto de referencia aquello con lo que el ser humano podía construir mejor sus respuestas, para sí mismo y su experiencia, por su propia interpretación en el funcionamiento de lo real y su comprensión que cobra la forma en su propio contacto con la realidad.

El realismo en la epistemología se ha utilizado recientemente para construir o recuperar nuestra interpretación, ya que en las teorías sobre la matemática y su poder para transformarla en una ciencia moderna como en el caso del cálculo de las integrales definidas, donde el teorema fundamental del cálculo es una poderosa herramienta que permite obtener integrales definidas sin tener que calcular los límites de sumas de Riemann, usando una evaluación en dos límites de integración y al final calcular la diferencia entre la evaluación de dichos límites, considerando que cuando calculamos el área bajo una curva se toma en cuenta las limitaciones de la gráfica para fundamentar que los resultados sean acordes al objeto gráfico.

Metodología

En el Laboratorio del Centro de Matemáticas del Instituto Tecnológico de Pachuca con una muestra de 25 estudiantes de Ingeniería Industrial se les pidió resolver unos ejercicios sobre el cálculo de áreas de una función y dos funciones utilizando de manera gráfica el paquete GeoGebra cuyos resultados, predomina, la analogía cuya similitud contempla la diferencia y relaciona los modelos, paradigmas o arquetipos de objetos que mantienen con él una semejanza y con lleva a la existencia de problemas epistemológicos en su interpretación.

Los ejercicios en cuestión fueron los siguientes

- 1) Grafique la siguiente integral y Calcule el área acotada.

$$\int_0^4 |x^2 - 4x + 3| dx$$

- 2) Grafique las siguientes funciones y calcule el área entre sus intersecciones.

$$\begin{cases} f(x) = x^3 + 1 \\ g(x) = x + 1 \end{cases}$$

Resultados

Ejercicio 1

Como bien se muestra en la gráfica muestra la siguiente tendencia

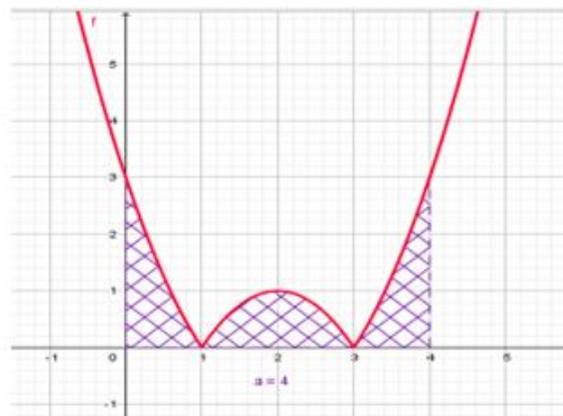


Figura 1 Gráfica de la función $\int_0^4 |x^2 - 4x + 3| dx$ cuya área obtenida es de 4 unidades cuadradas

De 6 de 25 alumnos no supieron interpretar el valor absoluto tal como se muestra en la figura 1,2,3 y 4 ya que la mayoría integro directamente sin tomar en cuenta la gráfica para poder calcular adecuadamente como se muestra en las siguientes evidencias.

Alumno 1

$$\int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx - \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_3^4 (x^2 - 4x + 3) dx$$

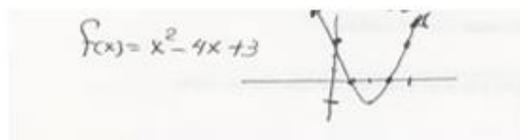


Figura 2 Se observa en esta respuesta que el alumno no supo interpretar el valor absoluto

Alumno 2

$$\int_0^4 |x^2 - 4x + 3| dx = \int_0^1 x^2 dx - 4 \int_0^1 x dx + 3 \int_0^1 dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right]_0^4 = 6\frac{2}{3} - 32 + 12 = 1.33$$

Figura 3 En este caso el alumno hace una integración directa

Alumno 3



Figura 4 Se presta atención en esta respuesta ya que la gráfica sigue siendo errónea

Alumno 4

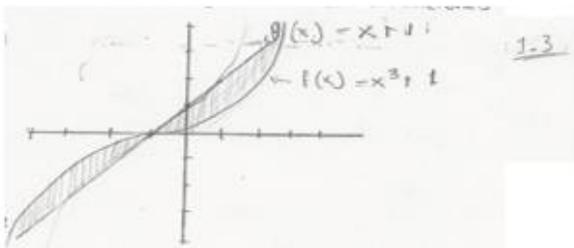


Figura 5 Al igual como el alumno 1 se sigue repitiendo este tipo de error

Ejercicio 2

En este ejercicio se observa las intersecciones entre las dos funciones de $f(x)$ y $g(x)$

En este problema a resolver, diez alumnos de 25 no encontraron los puntos de intersección entre dos funciones y a su vez calcularon las integrales por separado de cada función tal como se muestran en las figuras, ya que asumieron que a la integral directamente el área era de cero, sin observar la gráfica previamente.

Alumna 1

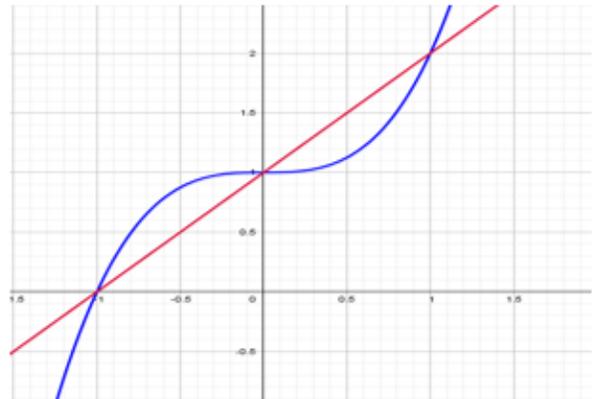


Figura 6 En esta grafica se percata que el alumno no sabe encontrar puntos de intersección.

Alumno 2

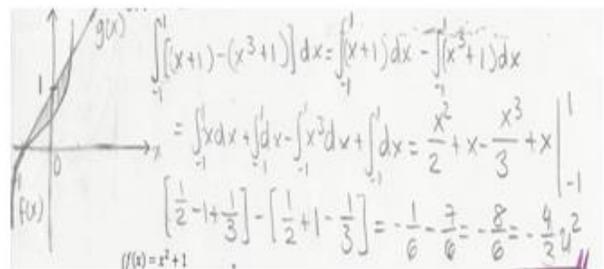


Figura 7 Este alumno asume que la recta está por encima de la curva

Alumno 3



Figura 8 En este alumno no supo cómo establecer los límites y de igual forma integrar

Conclusiones

Con este trabajo se observa que la mayoría de los estudiantes no determinaron los puntos de intersección en las gráficas ya que en el último caso de los ejercicios el área a encontrar es de 0.5 unidades cuadradas y los estudiantes erróneamente encontraban que era cero, concluyendo que este es un obstáculo epistemológico en torno a objetos gráficos, ya que la analogía que llevaron a cabo los estudiantes se les presenta como un procedimiento obliga a distinguir las semejanzas y las diferencias (Beuchot,1999), si el alumno identifica la relación del cálculo con la observación usando las nuevas tecnologías, el conocimiento será renovado y actualizado y propondrá en modo específico de enfrentar problemas de carácter tecnológico y científico.

Serrano E (2012): “Uso del GeoGebra como herramienta metodologica para los procesos de Mediación y aprendizaje de la Matemática”, Dirección de Recursos tecnológicos, Costa Rica.

Referencias

Brosseau G. (1999): “Educación y Didáctica de las matemáticas”, en Educación Matemática

Beuchot, M. & Primero, L. E. (2011). Perfil de la Nueva Epistemología. México, Publicaciones Académicas CAPUB,

Cuellar, J.A (2013). Matemáticas VI, pp176-177 CONAMAT, Matemáticas Simplificadas, cuarta Edición; Pearson (2015), pp 1393-1396

De la Torre M. (2007), “Capítulo 1: Maneras de Saber: Ciencia, Paradigmas y Cultura”, en el libro: Voces y Paradigmas en la Educación. García M. (Compiladora). Monterrey, México, Universidad Autónoma de Nuevo León.

Romero, D.G & Cedillo, U.B Introducción a la nueva epistemología: La ciencia en el pasado y en el Presente. Universidad Pedagógica Nacional.