

La teoría difusa en la modelación de sistemas agrícolas

SALAZAR-MORENO, Raquel y LÓPEZ-CRUZ, Irineo Lorenzo

R. Salazar y I. López

Posgrado en ingeniería Agrícola y Uso integral del Agua, Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, Estado de México.
raquels60@hotmail.com

D. Sepúlveda, R. Salazar, F. Pérez y J. Rocha (eds.) Ciencias Químicas y Matemáticas-©ECORFAN, Texcoco de Mora-México, 2015

11 Introducción

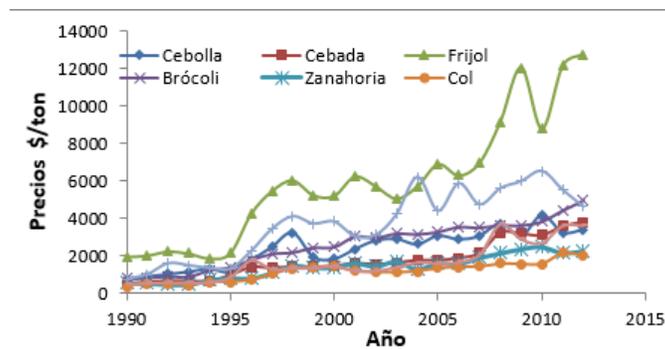
Debido a la necesidad de optimizar el manejo del agua en la agricultura, se han realizado muchos estudios aplicados a Distritos de Riego. Ortega et al. (2009) propuso un modelo para optimización de recursos en el Distrito de Riego 005 localizado en Chihuahua, el autor utilizó un modelo de programación lineal para maximizar el beneficio sujeto a restricciones de agua y superficie, y encontró cuatro patrones de cultivo que maximizaban el beneficio.

Florencio et al. (2002) modela escenarios con programación lineal en el Distrito de Riego Alto Río Lerma para estimar el valor económico del agua, encontró que el precio del agua puede variar entre 0.54 y 2.28 pesos/ m³ para el agua superficial, y entre 0.66 y 1.25 para el agua subterránea, precios que son mucho más elevados que los actuales.

Otro enfoque que también se ha utilizado en distritos de riego en México es el análisis multiobjetivo para ayudar a la toma de decisiones. Sánchez et al.(2006) aplicó teoría multiobjetivo al Distrito de Riego 017 utilizando el criterio: productividad del agua para el riego, incrementar la eficiencia en la conducción, incremento en la eficiencia global. Los autores concluyeron que esta herramienta es muy útil cuando tenemos objetivos conflictivos relacionados con el manejo del agua. Salazar et al., (2005) aplicó toma de decisiones con múltiples objetivos considerando factores económicos y ambientales encontrando una solución compromiso para minimizar el daño ambiental en el Distrito de Riego Alto Río Lerma y al mismo tiempo incrementar los beneficios económicos. También, Salazar et al., (2010) trata el problema de distribución del agua entre la agricultura, industria y uso doméstico en el valle de México, se proponen tres escenarios de política y dos órdenes de prioridad, la decisión final dependerá del tomador de decisiones final. Bournaris et al.(2009) aborda el problema de planificación de una región de riego en el norte de Grecia, las funciones objetivo es el margen de ganancia, el uso de fertilizantes y minimización de la mano de obra, y compara tres métodos el modelo de programación matemática multicriterio simple, programación lineal y el modelo difuso de multicriterio de programación matemática, el autor concluye que el último modelo es el más confiable para la planificación agrícola en diferentes regiones.

En cualquier problema de planificación del riego existe incertidumbre en diferentes variables tales como la precipitación, que determina la cantidad de agua superficial disponible para el riego, y también existe incertidumbre en los precios que los productores obtendrán de la venta de sus cosechas. La Figura 11 muestra la tendencia de precios de los principales cultivos agrícolas en el DR011 durante el periodo 1990-2013, algunos productos muestran mayor variabilidad como el frijol y jitomate.

Figura 11 Tendencia de precios de los principales cultivos en el DR 011



Para este tipo de situaciones de incertidumbre en los precios, los modelos difusos han sido utilizados con éxito.

La lógica difusa incorpora una manera alternativa de pensamiento, lo cual permite modelar sistemas complejos utilizando altos niveles de abstracción que se originan a través del conocimiento y experiencia. Este tipo de modelación permite expresar este conocimiento con conceptos subjetivos que son mapeados a rangos numéricos. La teoría difusa provee el soporte matemático para capturar incertidumbres asociadas con procesos humanos cognitivos

Un subconjunto A de un conjunto X puede ser definido como un conjunto de pares ordenados, cada uno con el primer elemento de X, y el segundo elemento en el intervalo [0, 1], hace un mapeo $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$, cero indica que el elemento no es miembro del conjunto y valores entre cero y uno indica diferentes grados de membresía.

Un conjunto difuso A se llama número difuso trapezoidal con intervalo de tolerancia [a, b], a la izquierda $a-\alpha$ y la derecha $b+\beta$ y tiene la forma descrita en la Figura 11.1, en la misma figura se define el número triangular:

Figura 11.1

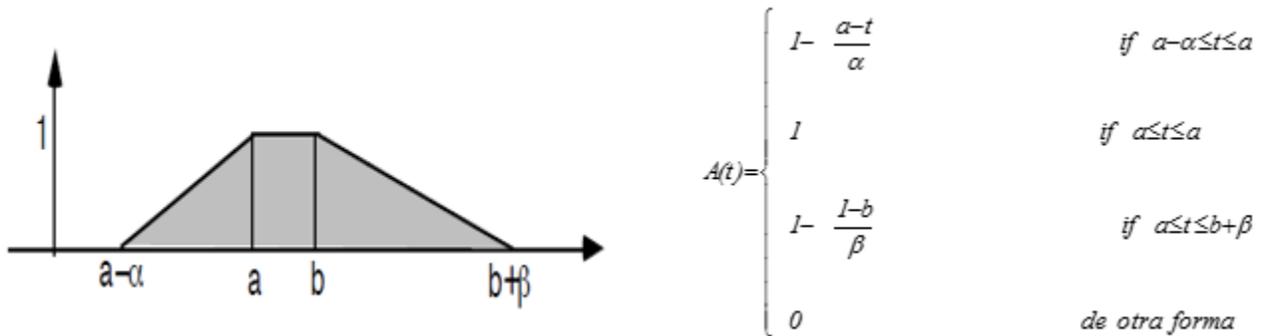
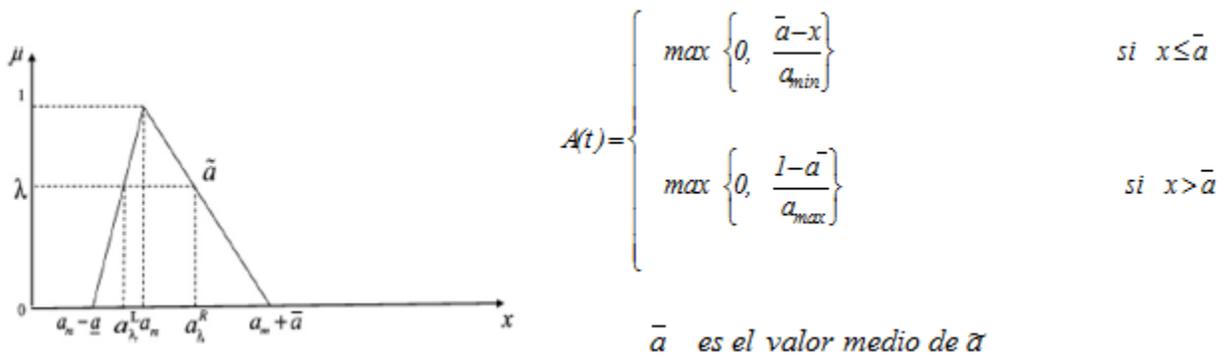


Figura 11.2 Numero Fuzzy Trapezoidal (arriba), triangular (abajo)



La toma de decisiones en la planificación agrícola frecuentemente presenta información con comportamiento difuso (no determinístico). Este tipo de información pueden ser los rendimientos de los cultivos, el precio de los productos e insumos (Xieting et al 2010).

Los coeficientes de ganancia en la producción agrícola también dependen de factores inciertos, el análisis estocástico puede ser el modelo más natural que surge en estos casos con los precios como variables aleatorias. Sin embargo, las funciones de densidad de probabilidad de las variables aleatorias pueden ser difíciles de obtener. Un enfoque alternativo fue propuesto por Itoh (2003) que se refiere a encontrar el valor mínimo de la maximización de las ganancias totales, sujeto a las distribuciones de probabilidad de los coeficientes de ganancias, los cuales fueron tratados como vectores aleatorios discretos. Garg and Raj (2010) mejoró el modelo de Itoh aplicando Programación Lineal Difusa multiobjetivo al mismo problema, y concluyó que los resultados obtenidos en su algoritmo son claramente superiores a los del enfoque utilizado por Itoh al mismo problema debido a que este enfoque es libre de cualquier valor arbitrario del parámetro “d”.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo de Programación Lineal Difusa Multiobjetivo, para encontrar el patrón de cultivos óptimo para la situación específica de incertidumbre en los precios de los productos agrícolas sembrados en el DR 011.

11.1 Metodología

El Distrito de Riego Alto Rio Lerma (DR 011) tiene 112, 772 hectáreas bajo riego de las cuales 77, 697 hectáreas se riegan con agua superficial, 7,421 hectáreas son regadas con pozos oficiales y 27,654 hectáreas de pozos particulares. Los principales cultivos otoño-invierno son trigo, frijol, brócoli y cebada los cuales requieren de 4 a 5 riegos. Los cultivos de primavera-verano son: sorgo, maíz, frijol y brócoli, los cuales requieren uno o dos riegos y esperan por la lluvia. En 1999, el agua disponible superficial era de 872 MMC (millones de metros cúbicos) y la disponibilidad de agua subterránea de 330 MMC, con reducción en la disponibilidad de 10 % cada año (Pérez et al., 2011). Sin embargo, La Comisión Nacional del Agua (CNA) reporta que para el periodo 2013-2014, la disponibilidad del agua sería de 800 MMC para el riego de 46, 000 hectáreas en el ciclo otoño-invierno, y 77,000 hectáreas in primavera y 2º cultivos (Domínguez, 2013).

En la tabla 11 se presentan los principales cultivos en el Distrito de Riego 011 durante el periodo 1998-2015, para las estaciones: Otoño-Invierno, Primavera-Verano y Segundos Cultivos que se siembran después de la cosecha de los cultivos de invierno o primavera.

Tabla 11 Requerimientos de agua del cultivo para diferentes fuentes de agua

	Cultivo	Min area (has)	Req anual CWR (m3)	Cultivos regados Sup(S) y Subt(G)		Cultivo	Min area (has)	Req anual CWR (m3)	Cultivos regados Sup(S) y Subt(G)
	Cebolla	256	7860	G		Cebolla	9	5590	G
O	Cebada	2082	7870	S	P	Cebada	0	6500	S
T	Frijol	29	6950	S	R	Frijol	199	5150	S
O	Brócoli	1057	9400	G	I	Brócoli	104	6870	G
	Zanahoria	79	7000	G		Zanahoria	22	7150	G
I	Coliflor	273	9400	G	V	Maiz	161	6410	S
N	Jitomate	93	3700	G	E	Jitomate	54	6200	G
V	Trigo	8902	5800	S	R	Sorgo	313	8200	S
2º	Frijol	0	16670	S		Trigo	288	5800	S
Cult	Maiz	0	6410	S		MA Mínima área, Cultivos regados por agua superficial (S) y Agua subterránea (G). Requerimiento anual de agua (CWR)			
	Sorgo	415	2200	S					

En la tabla 11.1 se presenta la información de precios, rendimientos de los principales cultivos en el DR 011, se presentan 10 escenarios de precios de los cultivos tomando como año base 2009.

Tabla 11.1 Escenario de precios, rendimiento, y costo de producción en el DR 011 año 2009

	Cultivo	Escenarios de precios \$/ton										Rend Ton/ha	Costos \$/ha
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
I	Cebolla	909	1246	1548	1966	2957	2719	2966	3805	4222	3416	32.3	2736
N	Cebada	686	818	786	1560	1634	1847	1959	3320	3146	3835	4.24	1694
V	Frijol	2426	2667	2202	5490	5958	5909	6456	9327	8873	12790	1.1	1985
I	Brócoli	987	1083	1445	2616	3104	3271	3645	3717	3889	4984	13.1	26338
E	Zanahoria	698	591	862	1488	1524	1357	1646	2199	2530	2276	25.5	15000
R	Col	440	572	675	1530	1195	1230	1459	1625	1603	2046	33.6	15000
N	Jitomate	953	1898	1572	4032	3248	6407	6027	5712	6599	4645	32.7	13030
O	Trigo	619	724	708	1542	1263	1712	1718	3746	2721	3619	5.3	1771
P	Cebolla	909	1246	1548	1966	2957	2719	2966	3805	4222	3416	32.3	2736
R	Cebada	686	818	786	1560	1634	1847	1959	3320	3146	3835	4.24	1694
I	Frijol	2426	2667	2202	5490	5958	5909	6456	9327	8873	12790	1.1	1985
M	Brócoli	987	1083	1445	2616	3104	3271	3645	3717	3889	4984	13.1	26338
A	Zanahoria	698	591	862	1488	1524	1357	1646	2199	2530	2276	25.5	15000
V	Maiz	744	896	760	1585	1560	1732	2060	2868	2844	4021	7.38	8174
E	Jitomate	953	1898	1572	4032	3248	6407	6027	5712	6599	4645	32.7	13030
R	Sorgo	416	517	471	1105	1242	1371	1604	2352	2292	3422	3	603
A	Trigo	619	724	708	1542	1263	1712	1718	3746	2721	3619	5.3	1771
2nd	Frijol	2426	2667	2202	5490	5958	5909	6456	9327	8873	12790	1.1	1985
CULT	Maiz	744	896	760	1585	1560	1732	2060	2868	2844	4021	7.38	8174
	Sorgo	416	517	471	1105	1242	1371	1604	2352	2292	3422	3	603

Utilizando el enfoque propuesto por Garg and Raj (2010), aplicado al DR 011 y suponiendo incertidumbre en los precios, se plantea a continuación el modelo de programación lineal difusa multiobjetivo, suponiendo K predicciones en los precios, primero ignoramos la incertidumbre y construimos un modelo determinístico.

Para cada predicción de precios tenemos la siguiente función objetivo.

El objetivo se plantea de la siguiente manera:

$$z_k = \sum_{j=1}^n [(Y_j P_j^{(k)} - C_j)] * X_j \quad (1)$$

Donde:

z_k = beneficio neto en pesos(\$)

n = número de cultivos

Y_j = rendimiento cultivo j

$P_j^{(k)}$ = precio predicho del cultivo j en escenario k (pesos/ton)

C_j = costo de producción del cultivo j (peso/ha)

X_j = variable de decisión, área del cultivo j (ha)

Las restricciones son:

a). Cultivos de otoño- invierno requieren de mayor cantidad de agua para riego de allí que el agua durante este periodo es limitada

$$\sum_{j=1}^w X_j \leq A_w \quad (2)$$

b). El área limitada por los cultivos de primavera verano

$$\sum_{j=w+1}^n X_j \leq A_s \quad (A_s > A_w) \quad (3)$$

c). La disponibilidad anual del agua está limitada

$$\sum_{j=1}^w CWR_j X_j \leq WA \quad (4)$$

donde

CWR_j = requerimiento de agua del cultivo j por año

d). Algunos cultivos necesitan ser regadas por agua subterránea (G) y algunos por agua superficial (S) . Se agregan dos restricciones al modelo:

$$\sum_{j \in G} CWR_j X_j \leq WA_G \quad (5)$$

$$\sum_{j \in S} CWR_j X_j \leq WA_S \quad (6)$$

e). Cada cultivo requiere de un mínimo de área sembrada

$$X_j \geq X_j^{min} \quad (7)$$

Aplicando el modelo introducido por Garg and Raj tenemos que identificar primero los límites superiores e inferiores de cada objetivo. El límite superior e inferior se selecciona como el máximo (z_k^*) y mínimo (z_{k^*}) valor del objetivo que se obtienen utilizando el método Simplex. Dado que todos los objetivos y restricciones son lineales se elige la siguiente función de membresía:

$$\mu(z_k) = \begin{cases} \frac{z_k - z_{k^*}}{z_k^* - z_{k^*}} & \text{if } z_{k^*} \leq z_k \leq z_k^* \\ 0 & \text{if } z_k < z_{k^*} \end{cases} \quad (8)$$

El modelo multiobjetivo puede ser reemplazado maximizando el valor mínimo de la función de membresía $\alpha = \min_k \mu(z_k(x))$

El replanteamiento del problema es el siguiente:

$$\max \alpha \quad (9)$$

Sujeto a

$$\frac{\sum_{j=1}^n a_j^{(k)} X_j - z_{k^*}}{z_k^* - z_{k^*}} \geq \alpha \quad (k = 1, 2, \dots, M) \quad (10)$$

1. Donde

$$2. a_j^{(k)} = Y_j P_j^{(k)} - C_j \quad (11)$$

3. Note que (10) también es lineal y por lo tanto se puede escribir como:

$$4. \sum_{j=1}^n a_j^{(k)} X_j - \alpha(z_k^* - z_{k^*}) \geq z_{k^*} \quad (k = 1, 2, \dots, M) \quad (12)$$

5. En resumen el modelo lineal difuso multiobjetivo con k funciones objetivo, una para cada precio, la ecuación 12 genera 10 restricciones adicionales una por cada escenario de precio, se puede replantar como un modelo de programación lineal de la siguiente manera:

Max α

Sujeto a

$$\sum_{j=1}^W X_j \leq A_W$$

$$\sum_{j=W+1}^n X_j \leq A_S \quad (A_S > A_W)$$

$$\sum_{j=1}^W CWR_j X_j \leq WA$$

$$\sum_{j \in G} CWR_j X_j \leq WA_G$$

$$\sum_{j \in S} CWR_j X_j \leq WA_S$$

$$X_j \geq X_j^{\min}$$

$$6. \quad \sum_{j=1}^n a_j^{(k)} X_j - \alpha(z_k^* - z_{k*}) \geq z_{k*} \quad (k = 1, \dots, M) \quad (13)$$

En el modelo anterior, las variables de decisión son $X_j (1 \leq j \leq n)$ y se agrega una variable más que es α .

11.2 Resultados

Cada escenario de precio de la tabla 11.1 tiene un diferente objetivo a ser maximizado.

Utilizando programación lineal se obtuvo el máximo valor de cada objetivo y los valores correspondientes del resto de los objetivos, lo cual se muestra en la tabla 11.2.

Tabla 11.2 Ganancia para diez escenarios de precios en millones de pesos

	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10
Z1	1054		1842	2691	3738	3651	3949	5705	5808	5232
Z2	915	2368	1885	5874	4626	9495	8941	9156	10153	7549
Z3	1054	2274	2055	5231	4739	8227	7935	8633	9464	7285
Z4	915	2368	1885	5874	4626	9495	8941	9156	10153	7549
Z5	1039	2259	2038	5156	4755	8168	7898	8344	9413	7141
Z6	915	2368	1885	5874	4626	9495	8941	9156	10153	7549
Z7	915	2368	1885	5874	4626	9495	8941	9156	10153	7549
Z8	915	2368	1885	5874	4626	9495	8941	9156	10153	7549
Z9	696	2179	1648	5723	4543	9354	8925	8891	10162	7763
Z10	696	2179	1648	5723	4543	9354	8925	8891	10162	7763
Zmax-Zmin	358	875	407	3182	1016	5843	4992	3451	4354	2530

En la tabla 11.3, los valores en la diagonal representan el máximo de cada uno de los objetivos; sin embargo, podemos notar que cuando el objetivo 1 se maximiza también el objetivo 3 tiene el mismo valor y lo mismo se puede argumentar para el resto de las columnas.

Una descripción más detallada se encuentra en el Cuadro 4, en donde cada columna representa el padrón óptimo de cultivos para cada objetivo que fue maximizado. Durante la estación Otoño-Invierno se cambia el área cultivada de jitomate y trigo, de acuerdo al escenario de precios, el resto de los cultivos permanece con la misma área. En el ciclo primavera-verano la cebolla, sorgo, maíz, jitomate y trigo presentan variación en el área sembrada, de acuerdo al escenario de precios. La situación más drástica ocurre en la cebada, para este cultivo solo el escenario 5 puede ser factible, en el resto de los escenarios la recomendación es cero áreas sembradas para este cultivo, lo cual demuestra su baja rentabilidad.

Finalmente, el análisis de los segundos cultivos muestra que el maíz presenta las variaciones más drásticas, solo los escenarios de precios 9 y 10 son favorables para este cultivo.

Tabla 11.3 Escenarios óptimos del patrón de cultivos para maximización de ganancias

	Cultivo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Difuso
I	Cebolla	256	256	256	256	256	256	256	256	256	256	260
N	Cebada	2082	2082	2082	2082	2082	2082	2082	2082	2082	2082	2080
V	Frijol	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	30
I	brócoli	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1060
E	zanahoria	79	79	79	79	79	79	79	79	79	79	80
R	Col	273	273	273	273	273	273	273	273	273	273	270
N	jitomate	93	33322	33322	33322	33322	33322	33322	33322	33322	33322	33320
O	Trigo	35967	8902	8902	8902	8902	8902	8902	8902	8902	8902	8900
P	cebolla	35668	9	13673	9	13673	9	9	9	9	9	10
R	cebada	0	0	0	0	50771	0	0	0	0	0	0
I	Frijol	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	200
M	brócoli	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	100
A	zanahoria	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	20
V	Maíz	161	161	161	161	161	161	161	161	26218	26218	34080
E	jitomate	54	12374	54	12374	54	12374	12374	12374	12374	12374	50
R	sorgo	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313	310
A	Trigo	35228	52403	51059	52403	288	52403	52403	52403	288	288	30810
2nd	Frijol	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CULT	maíz	0	0	0	0	0	0	0	0	26057	26057	0
	sorgo	415	415	415	415	415	415	415	415	415	415	420
	Max Z *	1054	2368	2055	5874	4755	9495	8941	9156	10162	7763	4820

*beneficio neto en pesos mexicanos

La última columna del cuadro 4 presenta el resultado obtenido aplicando programación lineal difusa multiobjetivo, que representa el padrón de cultivos óptimo bajo incertidumbre y representa el mejor resultado que los productores pueden esperar bajo incertidumbre de precios, este resultado fue obtenido minimizando la máxima pérdida.

Los escenarios de 6-10 presentan resultados similares, hasta antes del renglón 14, en donde está el maíz de primavera. Asimismo, el área dedicada a trigo y maíz se incrementa sustancialmente en el ciclo Primavera- Verano.

El último renglón despliega el máximo ingreso neto para cada escenario incluyendo el escenario de programación lineal difusa multiobjetivo. El máximo ingreso neto se obtiene en el escenario 9, dado que el jitomate es uno de los cultivos más redituables, alcanzando el precio máximo en este escenario. Otra observación es que el máximo ingreso neto de los agricultores puede variar entre 1,054 a 10,162 millones de pesos, lo cual representa un rango grande de ingresos de 9,108 millones de pesos. El máximo ingreso neto obtenido en el modelo difuso multiobjetivo es de 4,820 millones pesos, no es tan elevado como el escenario 9, pero es el beneficio que los productores pueden esperar bajo incertidumbre distribuyendo la superficie disponible de manera óptima.

En la tabla 11.4 reporta el mejor uso de la superficie disponible bajo un escenario de incertidumbre de precios. Los cultivos más importantes son jitomate y trigo, en el ciclo otoño-invierno, así como maíz y trigo en el ciclo primavera- verano, y en segundos cultivos únicamente el sorgo es redituable.

Tabla 11.4 Resultados de un modelo de planificación con ganancias optimas bajo incertidumbre de precios

OTOÑO-INVIERNO									
Cultivos	Cebolla	Cebada	Frijol	Brócoli	Zanahoria	Coliflor	Jitomate	Trigo	
Has	260	2080	30	1060	80	270	33320	8900	
PRIMAVERA-VERANO									
Cultivos	Cebolla	Cebada	Frijol	Brócoli	Zanahoria	Maíz	Jitomate	Sorgo	Trigo
Has	10	0	200	100	20	34080	50	310	30810
2nd CULTIVOS									
Cultivos	Frijol	Maíz	Sorgo						
Has	0	0	420						

11.3 Conclusiones

En la agricultura se presenta un gran número de incertidumbres relacionadas con el clima y precios de los productos, aunque en algunas ocasiones están relacionadas. En este trabajo se aborda el problema cuando el productor se enfrenta a una gran incertidumbre en los precios, se construyeron 10 escenarios de precios basados en los registros de 1990-2013 y llevados a precios del 2009. Aunque existen varios enfoques para tratar este tipo de problemas, la teoría difusa se ha utilizado con éxito en trabajos anteriores.

En particular se aplicó programación lineal difusa multiobjetivo para resolver el problema de maximización de ganancias en el Distrito de Riego Alto Rio Lerma (011) con incertidumbre en los precios. Debido a que existen varios métodos difusos se eligió el método propuesto por Garg and Raj (2010), que utiliza una variable adicional α para convertir el problema multiobjetivo en un problema lineal con un solo objetivo.

Aplicando la metodología anterior, se encontró que los escenarios 6 y 9 fueron los más redituables, sin embargo hay una baja oportunidad de que el agricultor obtenga estos precios. Para invierno los cultivos más redituables fueron el jitomate y trigo, mientras que en primavera son el maíz, trigo, y de los segundos cultivos el sorgo es el más redituable.

La planificación de la producción agrícola es una tarea difícil debido a que los productores tienen que enfrentar factores incontrolables. De ahí que necesitamos distribuir la superficie disponible en un ambiente menos riesgoso. El enfoque que aquí se estudia provee una solución compromiso o la mejor solución que los agricultores pueden obtener para maximizar el mínimo valor de las ganancias totales dados los precios aleatorios. El área total ocupada por los cultivos de las estaciones fueron 112, 000 hectáreas, con una ganancia de 4820 millones de pesos.

11.4 Referencias

- Bournaris, T., Papathanasiou, J., Moulogianni, C., Manos, B. (2009). A Fuzzy Multicriteria Mathematical Programming model for planning agricultural regions. *NEW MEDIT N.* 4/2009.
- Domínguez C. (2013). Asignan 800 Mm³ al Estado. *Periodico Correo.* Guadalajara Jal, México/Noviembre. 29, 2013.
<https://www.google.com.mx/#q=Cuca+Dom%C3%ADnguez+%2FNoviembre+29%2C+2013>.
- Florencio, C. V., A. R. Valdivia, and C. A. Scott. (2002). Productividad del agua en el Distrito de Riego 011 Alto Río Lerma. *Agrociencia.* 36-004:483-493.
- Garg A., Raj, S.S. (2010). Optimization under uncertainty in agricultural production planning. Department of Mathematics, Banaras Hindu University INDIA.
- Itoh, T., Ishiib, H., and Nanseki, T. (2003). A model of crop planning under uncertainty in agricultural management. *Int. J. Production Economics* 81–82: 555–558.
- Ortega G, D., Mejía, S.E., Palacios, V.E., Pimentel, L.R., and García, E.A. (2009). Model for the Optimization of Resources for an Irrigation District. *Terra Latinoamericana* 27: 219-226.
- Salazar, M. R., Stone, J., Yakowitz, D., Slack, D. (2005). Multicriteria Analysis in an Irrigation District in Mexico. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering.* ASCE Nov/Dec 2005: 514-524.
- Salazar, M. R., Szidarovszky, F., López, C.I., Rojano, A.A. (2010). Multiobjective Linear Model Optimize Water Distribution in Mexican Valley. *J Optim Theory Appl* 144: 557-573. DOI 10.1007/s10957-009-9608-2.
- Sánchez C.I., Macías R.H., Heilman, P., González C.G., Mendoza M. S., Inzunza

M.A.,and Estrada A.J. (2006). Planeación multiobjetivo en los distritos de riego en México. Aplicación de un sistema de auxilio para la toma de decisiones. *Ingeniería Hidráulica en México*, XXI (3): 101-111.

Xieting, Z, Shaozhong, K., Fusheng, L., Zhangc, L.,Ping, G. (2010). Fuzzy multi-objective linear programming applying to crop area planning. *Agricultural Water Management* 98 (2010) 134–142.