# Observador lineal de dos grados de libertad en Matlab-Simulink-CarSim para velocidad lateral del automóvil

SANDOVAL, Sergio\*†, RUIZ-, Daniel, TOPETE, Juan, GONZÁLEZ, Juan

Recibido Abril 17, 2016; Aceptado Octubre 03, 2016

#### Resumen

En los sistemas de control diseñados para la estabilidad del automóvil es de suma importancia tener algunas dinámicas del vehículo las cuales no se pueden medir. Para este artículo de investigación se propone un observador lineal de dos grados de libertad para la velocidad lateral controlada, además de utilizar una función de Lyapunov para determinar la estabilidad del sistema controlado con respecto al observador mediante la estimación de errores de estado. En este trabajo se muestra el desarrollo matemático para las estimaciones que se enviarán al algoritmo de un control lineal activo utilizando los resultados de las simulaciones en Matlab-Simulink-CarSim de las velocidades lateral y longitudinal, a partir de la medición en la velocidad angular de viraje mediante ganancias dinámicas, como respuesta a diferentes maniobras de volanteo por parte del conductor con normas internacionales ISO 3888-1 e ISO 7401/2011, concluyendo que el observador es robusto, aún con condiciones de fricción neumático-suelo variables.

## Función de Lyapunov, Observador lineal, velocidad lateral.

#### Abstract

In systems designed to control the stability of a car, it is extremely important to take into account some dynamics of the vehicle which sometimes can not be measured. In this research paper, a two- degrees of freedom linear observer is proposed for the controlled lateral velocity, in addition to using a Lyapunov's function to determine the stability of the system with respect to the observer by means estimating state errors. This paper shows the mathematical development to obtain the estimates which will be sent to the algorithm of an active linear control using the results of the lateral and longitudinal velocities from the Matlab-Simulink-CarSim simulator based on the measurement of the angular rate of turn by dynamic gains, as response to different turning maneuvers by the driver and in accordance to ISO 3888-1 and ISO 7401/ 2011 international standards, concluding that the observer is robust, even with variable tire-road conditions.

## Lyapunov Function, linear Observer, lateral velocity

**Citación:** SANDOVAL, Sergio, RUIZ, Daniel, TOPETE, Juan, GONZÁLEZ, Juan.Observador lineal de dos grados de libertad en Matlab-Simulink-CarSim para velocidad lateral del automóvil. Revista Tecnología e Innovación 2016. 3-9 : 1-10

<sup>\*</sup>Correspondencia al Autor (ssandoval@itcg.edu.mx)

<sup>†</sup> Investigador contribuyendo como primer autor.

## Introducción

El control activo puede establecer una ayuda al conductor en el vehículo, sumando acciones futuras al incrementar la maniobrabilidad v seguridad, especialmente en situaciones críticas. Estas acciones activas incluyen la estabilidad de viraje o por sus siglas en ingles yaw, ver Acosta et al. (2008) y Pan (2014) y el control integrado del automóvil en Lam et al. (2010) y Zakaria (2014). Estas acciones de control utilizan los actuadores como el sistema frontal activo AFS y el vector de torque trasero (RTV). Estos modifican las dinámicas del vehículo imponiendo fuerzas y momentos en el automóvil como en Bianchi et al. (2010), Earl (2013) y Nam (2015). Por lo tanto las velocidades lateral y de viraje son usualmente consideradas en la síntesis del control, mientras que otras dinámicas son despreciadas. Por ejemplo las perturbaciones del viento son ignoradas en controles activos, donde estos disturbios del aire no son analizados y deberían tomarse en cuenta para el diseño del control. Sin embargo otro problema que es considerado en este trabajo es el factor de algunas variables de estado necesarias para implementar las estrategias de control que no son usualmente medidas, por el costo y espacio de los sensores que se ocupan en el automóvil. Por un instante la velocidad lateral es raramente medida. Aunque con el proposito para obtener un control satisfactorio robusto, esta variable de estado debe ser determinada de otras mediciones tal como la aceleración longitudinal y lateral, velocidad longitudinal, velocidad angular de viraje y ángulo de maniobra del volante del conductor. Para un observador la velocidad lateral es tomada en cuenta para reconstruir las variables que no se pueden medir. En trabajos anteriores sobre observadores, limitados a la estimación de la velocidad lateral. son principalmente basados sobre técnicas lineales en Mudaliar et al. (2004), técnicas casi lineales como en Yacine et al. (2015).

## **Revista Tecnología e Innovación** Diciembre 2016 Vo.3 No.9 1-10

Un observador no lineal, realizado para la linealidad de los errores dinámicos es propuesto en Guo et al. (2013). Otro observador similar es presentado en Hiemer et al. (2005), forzando los términos de errores dinámicos no lineales estimados a los de un sistema de referencia lineal. Los observadores lineales y no lineales usan técnicas de modos deslizantes, los cuales son propuestos en Stephant et al. (2007) y Zhao (2014). Otra propuesta de observador está basada en filtros extendidos Kalman como en Ren et al. (2014).

También un control activo de un vehículo es realizado en Ohara et al. (2008), mediante un controlador para activar el ángulo frontal de la rueda del automóvil, utilizando un modelo de referencia, basado en el método de un observador lineal. En algunos de estos trabajos la influencia de las dinámicas de velocidades lateral y longitudinal es considerada para la estimación y control de las variables del vehículo, pero sin las perturbaciones de viento hacia el chasis del automóvil, por lo que una propuesta de esta investigación es mostrar un observador lineal considerando los disturbios de aire para poderlo utilizar en un control activo el cual puede ser diseñado en el futuro con diferentes teorías de control.

En la parte uno se muestra el modelo matemático del automóvil a utilizar con sus dinámicas de velocidad lateral, velocidad longitudinal y velocidad angular de viraje, para la sección dos se analizan las perturbaciones del viento sobre el automóvil, en la parte tres se diseña el observador, para la sección de resultados se puede ver las simulaciones en Matlab-Simulink-CarSim del observador lineal de dos grados de libertad, además de los anexos, agradecimientos, las conclusiones y referencias.

#### Modelo Matemático del Vehículo

El modelo matemático del vehículo puede ser en general un cuerpo rígido moviéndose en un espacio libre, de dos grados de libertad, conectado con la superficie terrestre a través de las llantas, el cual otorga un modelo de comportamiento lineal. Los actuadores para esta aplicación son: Conducción frontal activo (AFS, Active Front Steer) o conducción por cable (SbW, Steer by Wire) y frenos activos. Esta complejidad de los sistemas lineales puede ser disminuida realizando las siguientes consideraciones: para estudiar la estabilidad y/o la maniobrabilidad se estudiarán solo las dinámicas de la velocidad lateral, [v] v, v velocidad longitudinal, [ v] \_x. Por lo tanto, tomando en cuenta la Figura 1, y las dinámicas lineales del vehículo que se generan en el llamado modelo de la bicicleta (Pacejka (2005));

$$m(\dot{v}_x - v_y \omega_z) = ma_x + F_{dx} \tag{1}$$

$$m(\dot{v}_y + v_x \omega_z) = ma_y + F_{dy} \tag{2}$$

$$J\dot{\omega}_{z} = \mu \left[ l_{f} F_{f,y} \left( \delta_{c} + \delta_{d}, x, \alpha_{f} \right) - l_{r} F_{r,y}(x, \alpha_{r}) \right] + M_{z} + M_{dz}$$
(3)



Figura 1 Modelo lineal del vehículo (modelo de la bicicleta).

Donde; m, masa del vehículo [kg], J, momento de inercia del vehículo [kg m^2], 1 f.1 r , longitud desde el centro del vehículo hacía la llanta frontal y trasera [m], v\_x, velocidad longitudinal del vehículo [m/s], v\_y, velocidad lateral del vehículo [m/s], x=[v\_y,v\_x], vector compacto del estado del vehículo,  $\alpha$  f, $\alpha$  r, ángulos de deslizamiento lateral frontal con control activo y trasero [rad].  $\alpha$  (f,o) ángulo de deslizamiento lateral frontal,  $\delta$  c, $\delta$  d, componente del ángulo de la llanta impuesto por el controlador y conductor respectivamente [rad], M z,

Al Momento de viraje resultado de los frenos activos [N m], F\_(f,y), F\_(r,y) son la fuerza lateral frontal y trasera de las llantas [N],  $\mu$  coeficiente de fricción entre el suelo y el neumático, F\_(f,x), F\_(r,x) son la fuerza longitudinal frontal y trasera de las llantas [N], F\_dx,F\_dy, Fuerza aerodinámica longitudinal y lateral [N], M\_dz, momento aerodinámico de viraje [N m],y donde la fuerza lateral F\_(f,y), F\_(r,y) son funciones del ángulo impuesto a la llanta frontal,  $[\![\delta=\delta]\!]$ \_d+ $\delta$ \_c, a los ángulos de deslizamiento lateral de las llantas definidos de la siguiente manera :

$$\alpha_{\rm f} = \delta_{\rm c} + \alpha_{\rm f,o} = \delta_{\rm c} + \delta_{\rm d} - \frac{v_{\rm y} + l_{\rm f}\omega_{\rm z}}{v_{\rm x}} \tag{4}$$

$$\alpha_{\rm r} = -\frac{v_{\rm y} - l_{\rm r}\omega_{\rm z}}{v_{\rm x}} \tag{5}$$

La fuerza lateral puede ser definida utilizando la conocida fórmula Mágica de Pacejka:

$$F_{(j,i)}=D_{(j,i)} \sin(C_{(j,i)} \arctan B_{(j,i)} \propto_j).$$
 (6)

Con j=f,r,i=x,y. Las constantes  $B_{(j,y)}$ ,  $[C]_{(j,y),D_{(j,y)}}$  en (2) y (3) son determinadas de manera experimental en Tabla 1 (excepto para las fuerzas longitudinales).

#### Perturbaciones del viento externas

El modelo matemático en ecuaciones (1), (2), y (3), con disturbios de viento (Acosta et al. (2008)), puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{x}} = \mathbf{v}_{\mathbf{y}}\omega_{\mathbf{z}} + \frac{\mu}{m} \Big( F_{\mathbf{f},\mathbf{x}}(\mathbf{x},\delta,\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{f}}) + F_{\mathbf{r},\mathbf{x}}(\mathbf{x},\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{r}}) \Big) + \frac{F_{\mathbf{dx}}}{m}$$
(7)

$$\dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{y}} = -\mathbf{v}_{\mathbf{x}}\omega_{\mathbf{z}} + \frac{\mu}{m} \Big( F_{f,\mathbf{y}}(\mathbf{x}, \delta, \boldsymbol{\propto}_{f}) + F_{r,\mathbf{y}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\propto}_{r}) \Big) + \frac{F_{dy}}{m}$$
(8)

$$\dot{\omega}_{z} = \left(\frac{\mu}{J}\right) \left( l_{f} F_{f,y}(x,\delta,\alpha_{f}) - l_{r} F_{r,y}(x,\alpha_{r}) \right) + \left(\frac{1}{J}\right) M_{z} + \frac{M_{dz}}{J}$$
(9)

#### Metodología

#### Diseño del Observador

Continuando se supone que la a\_x, [ a] \_y, $\omega_z$ , $v_x$ , son medidas. Esta es una hipótesis aceptable en vehículos modernos, usualmente equipados con los sensores necesarios. La propuesta del observador lineal (Yacine et al.) (2015) se realiza como una copia de la planta en ecuación (1) y (2):

$$\dot{\hat{\mathbf{v}}}_{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{y}}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{z}} + \mathbf{a}_{\mathbf{x}} + \mathbf{k}_{\mathbf{01}}(\mathbf{v}_{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{x}}) + \frac{\mathbf{F}_{\mathbf{dx}}}{\mathbf{m}}$$
 (10)

$$\dot{\hat{\mathbf{v}}}_{y} = -\hat{\mathbf{v}}_{x}\boldsymbol{\omega}_{z} + \mathbf{a}_{y} + (\mathbf{k}_{o2} - \boldsymbol{\omega}_{z})(\mathbf{v}_{x} - \hat{\mathbf{v}}_{x}) + \frac{\mathbf{F}_{dy}}{m}$$
(11)

En donde, k\_o1 y k\_o2 son las ganancias del observador, que son determinadas utilizando la ecuación (7), (8) y (10), (11), mediante la estimación de los errores;

$$e_{vx} = v_x - \hat{v}_x \tag{12}$$

$$e_{\nu\nu} = \nu_{\nu} - \hat{\nu}_{\nu} \tag{13}$$

#### Siendo fácilmente calculados

$$\dot{\mathbf{e}}_{\mathbf{vx}} = -\mathbf{k}_{\mathbf{o}\mathbf{1}}\mathbf{e}_{\mathbf{vx}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{z}}\mathbf{e}_{\mathbf{vy}} \tag{14}$$

$$\dot{\mathbf{e}}_{\mathbf{v}\mathbf{y}} = -\mathbf{k}_{\mathbf{0}\mathbf{2}}\mathbf{e}_{\mathbf{v}\mathbf{x}} \tag{15}$$

Para las ecuaciones (14) y (15), es lineal y variante en el tiempo el término  $\omega$  z, además se debe asegurar la convergencia exponencial de la estimación de errores, mediante asumir que la velocidad angular de viraje  $\omega z \neq 0$ , considerando  $|\omega z| \leq \omega$  (z,max), un cierto valor máximo  $[(\omega$ [] \_(z,max)), para todo tiempo en un instante t>0. Estas consideraciones físicas. son razonables, porque el vehículo es un sistema de energía finita, donde la máxima velocidad angular de viraje es acotada. Por lo tanto el diseño de este observador se considera, para Además durante la maniobra de  $|\omega z| > 0.$ volanteo del automóvil,  $\omega$  z puede pasar a través del cero, pero no puede ser cero, en un intervalo finito de tiempo, siempre y cuando las fuerzas laterales no sean cero, mencionando con esto que el vehículo esta estacionario. Sin embargo la dinámica que es cercana a cero teniendo el automóvil en movimiento es a\_x, por lo cual las fuerzas longitudinales para esta investigación no son consideradas. Para las ecuaciones (7) y (11), el termino de la aceleracion a v, tiene a las fuerzas laterales definidas en (6) estableciendo que las funciones seno y arco tangente no tienen mayor impacto utilizando angulos de deslizamiento ( $\alpha$  f,  $\alpha$  r) no mayores a 10 grados, resultando con estos conceptos la siguiente ecuación:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{j},\mathbf{i}} = \mathbf{D}_{\mathbf{j},\mathbf{i}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{j},\mathbf{i}} \cdot \mathbf{B}_{\mathbf{j},\mathbf{i}} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{j}}$$
(16)

Los ángulos slip  $\alpha_f, \alpha_r$  son los utilizados para estimar los ángulos de deslizamiento de las llantas;

$$\widehat{\alpha}_{f} = \delta_{c} + \widehat{\alpha}_{f,o} = \delta_{c} + \delta_{d} - \frac{\widehat{v}_{y} + l_{f}\omega_{z}}{\widehat{v}_{x}}$$
(17)

$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{r}} = -\frac{\widehat{\mathbf{v}}_{\mathbf{y}} - \mathbf{l}_{\mathbf{r}}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{z}}}{\widehat{\mathbf{v}}_{\mathbf{x}}}$$
(18)

SANDOVAL, Sergio, RUIZ, Daniel, TOPETE, Juan, GONZÁLEZ, Juan.Observador lineal de dos grados de libertad en Matlab-Simulink-CarSim para velocidad lateral del automóvil. Revista Tecnología e Innovación 2016. 3-9 : 1-10

Diciembre 2016 Vo.3 No.9 1-10

Por lo tanto las aceleraciones estimadas son las siguientes.

$$\hat{\mathbf{a}}_{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\mu} \frac{(\hat{\mathbf{f}}_{\mathbf{f},\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{f}}_{\mathbf{r},\mathbf{x}})}{\mathbf{m}} \approx \mathbf{0} \tag{19}$$

$$\hat{\mathbf{a}}_{\mathbf{y}} = \mu \frac{(\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{f},\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{r},\mathbf{y}})}{\mathbf{m}} \tag{20}$$

Y las fuerzas frontales y traseras estimadas del automóvil son:

$$\widehat{\mathbf{F}}_{\mathbf{f},\mathbf{y}} = \mathbf{C}_{\mathbf{f}} \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{f}} \tag{21}$$

 $\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{r},\mathbf{y}} = \mathbf{C}_{\mathbf{r}} \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{r}}$ (22)

Donde

$$\mathbf{C}_{\mathbf{f}} = \mathbf{D}_{\mathbf{f},\mathbf{y}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{f},\mathbf{y}} \cdot \mathbf{B}_{\mathbf{f},\mathbf{y}}$$
(23)

$$\mathbf{C}_{\mathbf{r}} = \mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{y}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{r},\mathbf{y}} \cdot \mathbf{B}_{\mathbf{r},\mathbf{y}}$$
(24)

Con estas nuevas fuerzas laterales en (21) y (22), el observador lineal en (10) y (11) cambia, proponiendo un nuevo modelo matemático del observador lineal de dos grados, como se muestra en (25) y (26), además de tomar en cuenta que también las fuerzas anteriores  $(\hat{\mathbf{F}}_{f,y}, \hat{\mathbf{F}}_{r,y})$  sin estimar se utilizan para la aceleración lateral ( $\mathbf{a}_{y}$ ).

$$\dot{\hat{\mathbf{v}}}_{x} = \hat{\mathbf{v}}_{y}\boldsymbol{\omega}_{z} + \mathbf{k}_{o1}(\mathbf{v}_{x} - \hat{\mathbf{v}}_{x}) + \frac{\mathbf{F}_{dx}}{m}$$
(25)

$$\dot{\mathbf{v}}_{y} = \left(\frac{-\mu c_{f} - \mu c_{r}}{m v_{x}}\right) \mathbf{v}_{y} + \left(\frac{\mu c_{r} l_{r} - \mu c_{f} l_{f}}{m v_{x}} - \mathbf{v}_{x}\right) \boldsymbol{\omega}_{z} + \left(\frac{\mu c_{f}}{m}\right) \boldsymbol{\delta}_{d} + \mathbf{k}_{o2} (\mathbf{v}_{x} - \hat{\mathbf{v}}_{x}) + \frac{F_{dy}}{m}$$
(26)

El diseño de las ganancias  $\mathbf{k_{o1}}$ ,  $\mathbf{k_{o2}}$  en (25) y (26), se obtiene mediante una función candidata de Lyapunov, utilizando los errores dinámicos en (14) y (15) en forma de matriz;

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_{vx} \\ \dot{\mathbf{e}}_{vy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{k}_{o1} & \boldsymbol{\omega}_{z} \\ -\mathbf{k}_{o2} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{vx} \\ \mathbf{e}_{vy} \end{pmatrix}$$
(27)

$$\dot{\mathbf{e}} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_{vx} \\ \dot{\mathbf{e}}_{vy} \end{pmatrix}$$
,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\mathbf{k}_{o1} & \boldsymbol{\omega}_{z} \\ -\mathbf{k}_{o2} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{e} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{vx} \\ \mathbf{e}_{vy} \end{pmatrix}$  (28)

Y observando que  $|\mathbf{A}| = \mathbf{k}_{o2}\omega_z \neq \mathbf{0}$ . Por lo tanto se puede proponer la función candidata de Lyapunov:

$$\mathbf{V} = \mathbf{e}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} \mathbf{e} \tag{29}$$

Teniendo las siguientes particularidades;

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_{11} & \mathbf{p}_{12} \\ \mathbf{p}_{12} & \mathbf{p}_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P}^{\mathsf{T}} > \mathbf{0}$$
(30)

$$|\mathbf{P}| = \mathbf{p_{11}}\mathbf{p_{22}} - \mathbf{p_{12}^2} > \mathbf{0} \tag{31}$$

Linealizando los errores mediante la función candidata de Lyapunov propuesta en (29), se obtiene;

$$\mathbf{V} = \mathbf{e}_{vx}^2 \mathbf{p}_{11} + \mathbf{e}_{vy}^2 \mathbf{p}_{22} + 2\mathbf{e}_{vx} \mathbf{e}_{vy} \mathbf{p}_{12}$$
(32)

Proponiendo valores de acotación para esta función candidata (32), de la forma:

$$\begin{split} V &= \gamma_1 e_{vx}^2 + e_{vy}^2 - 2\kappa_1 sign(\omega_z) e_{vx} e_{vy} \quad (33) \\ &\text{Con } \gamma_1 \!\!> \!\kappa_1^2 \!\!> 0, \; \kappa_1 \neq 0, \; y \; sign(\cdot) \; \text{la función} \\ &\text{signum:} \end{split}$$

$$sign(\omega_z) = \begin{cases} 1 & si & \omega_z > 0 \\ 0 & si & \omega_z = 0 \\ -1 & si & \omega_z < 0 \end{cases}$$

Derivando la función candidata de Lyapunov en (33), y usando los errores dinámicos de (14) y (15), se obtiene;

$$\begin{split} \dot{\mathbf{V}} &= 2 \,\gamma_1 \mathbf{e}_{vx} \Big( -\mathbf{k}_{o1} \mathbf{e}_{vx} + \\ \boldsymbol{\omega}_z \mathbf{e}_{vy} \Big) + 2 \, \mathbf{e}_{vy} (-\mathbf{k}_{o2} \mathbf{e}_{vx}) \\ &- 2 \kappa_1 sign(\boldsymbol{\omega}_z) \mathbf{e}_{vx} (-\mathbf{k}_{o2} \mathbf{e}_{vx}) - \\ &2 \kappa_1 sign(\boldsymbol{\omega}_z) \mathbf{e}_{vy} \Big( -\mathbf{k}_{o1} \mathbf{e}_{vx} + \boldsymbol{\omega}_z \mathbf{e}_{vy} \Big) - \\ &2 \kappa_1 \delta_D(\boldsymbol{\omega}_z) \dot{\boldsymbol{\omega}}_z \mathbf{e}_{vx} \mathbf{e}_{vy}. \end{split}$$
(34)

Donde la derivada,  $\frac{d}{dt}sign(\omega_z) = 2\delta_D(\omega_Z)\dot{\omega}_Z$ 

 $\begin{array}{l} \mbox{En } \delta_D(\omega_z) \mbox{ la distribución de Dirac, para } |\omega_z| > \\ 0, \mbox{ la } \delta_D(\omega_z) = 0 \end{array}$ 

#### Obteniendo

$$\dot{\mathbf{V}} = \left(-2\mathbf{k}_{o1}\gamma_{1} + 2\mathbf{\kappa}_{1}\mathbf{k}_{o2}sign(\omega_{z})\right)\mathbf{e}_{vx}^{2} - 2\mathbf{\kappa}_{1}|\omega_{z}|\mathbf{e}_{vy}^{2} + (2\gamma_{1}\omega_{z} - 2\mathbf{k}_{o2} + 2\mathbf{\kappa}_{1}\mathbf{k}_{o1}sign(\omega_{z}))\mathbf{e}_{vx}\mathbf{e}_{vy}.$$
(35)

Esta ecuación (35), se resuelve por el método de Cramer para determinar las ganancias del observador;

$$\mathbf{k_{o1}} = \frac{\kappa_1 \omega_{z,\max} + \kappa_1 \gamma_1 \omega_z}{\gamma_1 - \kappa_1^2} \tag{36}$$

$$\mathbf{k_{o2}} = \frac{\kappa_1^2 \operatorname{sign}(\omega_z)\omega_{z,\max} + \gamma_1^2 \omega_z}{\gamma_1 - \kappa_1^2}$$
(37)

Estableciendo las ganancias de las ecuaciones (36) y (37), en la derivada de la función candidata de Lyapunov (35);

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{t},\mathbf{e}) = -\kappa_1 \omega_{z,\max} \mathbf{e}_{vx}^2 - \kappa_1 |\omega_z| \mathbf{e}_{vy}^2 \qquad (38)$$

Donde se proponen los siguientes valores para ecuación (38);

$$\kappa_1 = \frac{1}{\omega_{z,\max}} \lambda_s \tag{39}$$

Acotando en (38), con las condiciones de (39), la derivada de la función de Lyapunov será estable:

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{t}, \mathbf{e}) \le -\lambda_{s} \left( \mathbf{e}_{vx}^{2} + \mathbf{e}_{vy}^{2} \right) < \mathbf{0}$$

$$\tag{40}$$

Por lo tanto, el sistema de errores en (14) y (15) tiene el origen exponencialmente estable y la estimación de errores (12) y (13) tiende exponencialmente a cero con una constante de tiempo,  $\tau = 1/\lambda_s$ 

La propuesta por el diseñador ( $\lambda_s > 0$ ), además para el observador (25) y (26) con las ganancias en (36) y (37), asegura globalmente exponencialmente la conversión a cero de la estimación de los errores.

#### Resultados

A. Maniobra doble volanteo: Para una maniobra ISO 3888-1 y el coeficiente de fricción neumático-suelo es  $\mu = 0.9$  (superficie seca) y  $\mu = 0.5$  (superficie mojada) a los 3.5 segundos (ver Figura 2). Además los resultados obtenidos que se muestran en las Figuras 3-4, con k<sub>01</sub>, k<sub>02</sub> en (25) y (26) considerando  $\gamma_1 = 100$ ,  $\lambda_s = 10$  en (36) y (37), además de las perturbaciones de viento en Figura 5. La velocidad longitudinal inicial es v<sub>x</sub>(0) = 28 m/s (100 km/h). Los valores iniciales del observador son:  $\hat{v}_x(0) = v_x$ ,  $\hat{v}_v(0) = 0$ .



**Figura 2** *a*) Señal  $\delta_d$  delta del conductor [rad/s]; b) Coeficiente de fricción  $\mu$ .



Figura 3 Velocidad longitudinal  $v_x$  (sólida) y  $\hat{v}_x$  (interlínea) [m/s vs s].



**Figura 4** Velocidad lateral  $v_y$  (sólida) y  $\hat{v}_y$  (interlínea) [m/s vs s].



**Figura 5** a) Fuerza de perturbación  $F_{dx}$  [N vs s]; b) Fuerza de perturbación  $F_{dy}$  [N vs s];c) Momento de perturbación  $M_{dz}$  [N·m vs s].

#### Maniobra en una dirección:

Por lo tanto con los valores de las ganancias y condiciones anteriores, también se simula el observador con una maniobra ISO-7401/2011 y el coeficiente de fricción neumático-suelo (ver Figura 6). Obteniendo las Figuras 7-8, analizando la velocidad longitudinal del observador  $\hat{v}_x$ , y la velocidad lateral del observador  $\hat{v}_y$ , con las perturbaciones de viento  $F_{dx}$ ,  $F_{dy}$ ,  $M_{dz}$ , vistas en la Figura 9.



**Figura 6** a) Señal  $\delta_d$  delta del conductor [rad/s]; b) Coeficiente de fricción  $\mu$ .

ISSN-En línea: 2410-3993 ECORFAN® Todos los derechos reservados Diciembre 2016 Vo.3 No.9 1-10



**Figura 7** Velocidad longitudinal  $v_x$  (sólida) y  $\hat{v}_x$  (interlínea) [m/s vs s].



**Figura 8** Velocidad lateral  $v_y$  (sólida) y  $\hat{v}_y$  (interlínea) [m/s vs s].



**Figura 9** *a*) Fuerza de perturbación  $F_{dx}$  [N vs s]; b) Fuerza de perturbación  $F_{dy}$  [N vs s]; c) Momento de perturbación  $M_{dz}$  [N·m vs s].

#### Anexos

$m = 1550 \ Kg$	$D_{r,y} = 7834N$
$J = 3552  Kg \cdot m^2$	$B_{f,y} = 6.9$
$l_r = 1.53 m$	$C_{f,y} = 1.78$
$l_f = 1.38 m$	$D_{f,y} = 7240N$
$B_{r,y} = 10$	$C_{r,y} = 1.32$

Tabla 1 Parámetros para observador.

SANDOVAL, Sergio, RUIZ, Daniel, TOPETE, Juan, GONZÁLEZ, Juan.Observador lineal de dos grados de libertad en Matlab-Simulink-CarSim para velocidad lateral del automóvil. Revista Tecnología e Innovación 2016. 3-9 : 1-10

## Agradecimiento

Se agradece al Dr. C. Acosta Lúa por todos los conceptos obtenidos en la utilización del Software CarSim.

### Conclusiones

Este trabajo se realiza con la finalidad de proponer un observador para el automóvil con velocidad lateral, partiendo del modelo matemático de la bicicleta, estableciendo las consideraciones antes mencionadas. El objetivo del observador será buscar la estimación de la velocidad longitudinal y velocidad lateral del vehículo utilizando ganancias, las cuales, también se pueden cambiar para ampliar o disminuir la estimación de las dinámicas del observador. Con estas simulaciones en CarSim de diferentes señales de entrada del conductor, se puede mencionar que la estimación de la velocidad lateral y longitudinal utilizando el observador propuesto lineal de dos grados de libertad trabaja en condiciones aceptables.

### Referencias

C. Acosta Lúa, B. Castillo Toledo, S. Di Gennaro., (2008). Nonlinear Output Robust Regulation of Ground Vehicle in Presence of Disturbances and Parameter Uncertainties, Proceedings of the [17] ^th IFAC World Congress, pp. 141-146.

D. Bianchi, A. Borri, G. Burgio, S. Di Gennaro., (2010). Adaptive Integrated Vehicle Control Using Active Front Steering and Rear Torque Vectoring, International Journal of Vehicle Autonomous Systems, Special Issue on: "Autonomous and Semi-Autonomous Control for Safe Driving of Ground Vehicles, Vol. 8, No. 2/3/4, pp. 85–105. C. Earl Beal, J. Christian Gerdes., (2013). Model Predictive Control for Vehicle Stabilization at the Limits of Handling, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 21, No. 4, pp. 1258–1269.

H. Guo, H. Chen, D.Cao, W. Jin., (2013). Design of a reduced- order non- linear observer for Vehicle Velocities Estimation, IET Control Theory and Applications, Vol. 7, Iss. 17, pp. 2056-2068.

M. Hiemer, A. VonVietinghoff, U. Kiencke, T. Matsunaga., (2005). Determination of Vehicle Body Slip Angle with Non-Linear Observer Strategies, Proceedings of the SAE World Congress, Paper No. 2005-01-0400.

T. L. Lam, H. Qian, Y. Xu., (2010). Omnidirectional Steering Interface and Control for a Four-Wheel Independent Steering Vehicle, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 15, No. 3, pp. 329-338.

N. Mudaliar, D. Leblanc, H. Peng., (2004). Linear Estimator for Road Departure Warning Systems, Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston, pp. 2104-2109.

H. Ohara, T. Murakami., (2008). A Stability Control by Active Angle Control of Front-Wheel in a Vehicle System, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 55, No. 3, pp. 1277-1285

H. B. Pacejka., (2005). Tyre and Vehicle Dynamics, Elsevier Butterworth.

H. Pan, Y. Zhang, W. Sun., (2014). Robust Tracking Control for Vehicle Lateral Dynamics with Uncertain Parameters and External Nonlinearities, Shock and Vibration, Vol. 2014, pp. 12. H. Ren, S. Chen, G. Liu, K. Zheng., (2014). Vehicle State Information Estimation with the Unscented Kalman Filter, Advances in Mechanical Engineering, Vol. 2014, pp.11-20.

J. Stephant, A. Charara, D. Meizel., (2007). Evaluation of Sliding Mode Observer for Vehicle Sideslip Angle, Control Engineering Practice, Vol. 15, pp. 803-812.

K. Nam., (2015). Application of Novel Lateral Tire Force Sensors to Vehicle Parameter Estimation of Electric Vehicles, Sensors-Open Access, Vol. 15, No.1, pp. 28385-28401.

Z.Yacine, D. Ichalal, N. Ait-Oufroukh, S. Mammar, S. Djennoune., (2015). Takagi-Sugeno Observers: Experimental Application for Vehicle Lateral Dynamics Estimation, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 23, No. 2, pp. 754-760.

M. Zakaria, A. Dwijotomo, M. Azman Abdullah, N. Tamaldin., (2014). Development Motor Control Unit for Electronic Steering System Test Rig, 2014 IEEE 10th International Colloquium on Signal Processing and its Applications (CSPA), pp. 42-47.

L. Zhao, Z. Liu., (2014). Vehicle State Estimation with Friction Adaptation for Four-Wheel Independent Drive Electric Vehicle. Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation, pp. 4527-4531.